



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

경영학박사 학위논문

자산가격결정이론에 관한 연구
주식프리미엄 의문현상과 비대칭적 변동성에 대하여

2020 년 2 월

서울대학교 대학원
경영학과 재무금융전공
김 민 직

자산가격결정이론에 관한 연구

주식프리미엄 의문현상과 비대칭적 변동성에 대하여

지도교수 조재호

이 논문을 경영학박사 학위논문으로 제출함
2019년 12월

서울대학교 대학원
경영학과 재무금융전공
김민직

김민직의 박사 학위논문을 인준함
2020년 1월

위원장	<u>채준 (인)</u>
부위원장	<u>조재호 (인)</u>
위원	<u>박종원 (인)</u>
위원	<u>최동범 (인)</u>
위원	<u>최병선 (인)</u>

자산가격결정이론에 관한 연구

주식프리미엄 의문현상과 비대칭적 변동성에 대하여

이 논문은 주식프리미엄 의문현상과 비대칭적 변동성에 관한 두 개의 연구로 구성되어 있다. 첫 번째 연구는 한국시장의 주식프리미엄과 무위험이자율에 대한 의문현상을 재검토한다. 특히, 외환위기 이전에는 소비성장률과 주식수익률의 상관관계가 음(-)의 관계를 가진다는 것을 발견하고 외환위기 이전의 자료가 주식프리미엄 의문현상 분석에 적합하지 않다는 것을 확인한다. 이에 따라 외환위기 이후의 자료를 이용하고, 기존 연구에서 사용한 시간부가적 기대효용함수와 Epstein and Zin(1989)의 비기대효용함수 외에도 다섯 종류의 효용함수, 즉 절대적 위험회피계수가 일정한 비기대효용함수, 모호성회피를 반영한 비기대효용함수, 그리고 세 가지 소비습관부 효용함수를 추가하여 분석을 시도한다. 분석방법으로는 Mehra and Prescott(1985)의 캘리브레이션 방법, Kocherlakota(1996)의 통계적 방법론, 그리고 GMM 을 통해 추정 한 값과 비교하는 세 가지 방법을 활용하고, 각 결과를 비교하여 그 일관성을 확인한다. 연구결과는 다음과 같다. 시간부가적 효용함수 하에서 두 의문현상은 외환위기 이전보다 뚜렷하게 나타난다. 비기대효용함수 중에서, (i) 상대적 위험회피계수가 일정한 경우, 주식프리미엄 의문현상은 개선되지 않지만 무위험이자율 의문현상은 시점간 소비대체 계수의 값에 따라 크게 완화될 가능성이 있다; (ii) 절대적 위험회피계수가 일정한 경우, 두 의문현상을 모두 큰 폭으로 해소할 수 있다; (iii) 모호성회피를 반영하면 전반적으로 도움이 되지만 주식프리미엄 의문현상에 대한 그 설명력은 제한적이다. 외부 소비습관을 반영한 효용함수 중에서는, (i) 배수형 소비습관을 일인당 현재소비와 같게 놓을 경우 두 의문현상을 동시에 해소하는 것이 불가능하다; (ii) 배수형 소비습관을 일인당 과거소비로 설정하면 무위험이자율 의문현상을 설명하는 데 상당히 효과적이거나 주식프리미엄 의문현상은 더 악화된다; (iii) 부가형 소비습관을 일인당 과거소비와 같게 할 경우 두 의문현상을 동시에 완화할 수 있다.

두 번째 연구는 정보비대칭 하에서 Black(1976)이 제기한 비대칭적 변동성(asymmetric volatility)과 모호성의 관계를 분석한다. 이 연구에서는 Grossman and Stiglitz(1980) 모형의 유동성투자자가 경기변동에 따라 호황-불황에서 모호성에 대해 각각 중립-회피(모형 I) 또는 추구-회피(모형 II)적인 효용함수를 가진다고 가정한다. 모형 I에서는 비대칭적 변동성이 나타나지 않는 반면, 모형 II에서는 자산수익의 분포에 대한 모호성의 정도에 따라 비대칭적 변동성이 나타나는 것을 이론적으로 확인하였다. 이 모형을 통해, 주식수익률과 그 변동성이 음(-)의 관계를 가지는 비대칭적 변동성을 다음과 같이 설명할 수 있다. 유동성투자자가 불황기에 모호성을 회피하고 호황기에 모호성을 추구하는 경우(모형 II), 자산수익의 분포에 대한 모호성의 정도가 작을수록, 그리고 유동성투자자가 많을수록 불황기에 주식수익률의 변동성이 상대적으로 더 커진다. 또한 실증분석을 통해, 모호성의 정도가 작은 포트폴리오에서 비대칭적 변동성이 나타날 가능성을 확인하였고, 모호성이 포트폴리오의 수익률에 대해 체계적인 설명력을 가진다는 주장을 벤포드의 법칙 등 다양한 방법을 이용하여 확인하였다.

주요어: 주식프리미엄 의문현상; 무위험이자율 의문현상; 비기대효용함수;
소비습관부 효용함수; 비대칭적 변동성; 정보비대칭; 모호성에 대한 태도;
벤포드의 법칙

학 번: 2016-30157

목차

제 1 장 한국의 주식프리미엄과 무위험이자율 의문현상에 관한 재검토

I. 서론	1
II. 의문현상의 재검토: 외환위기로 인한 경제 패러다임의 변화	5
1. 자료	7
2. 기본모형: 시간부가적 기대효용함수 하의 가격결정식	7
3. 한국시장에서의 의문현상	9
III. 비기대효용함수	13
1. 상대적 위험회피계수가 일정한 경우	14
2. 절대적 위험회피계수가 일정한 경우	17
3. 모호성회피를 반영한 경우	22
IV. 소비습관부 효용함수	26
1. 배수형 외부소비습관	28
2. 부가형 외부소비습관	33
V. 요약 및 결론	38
부록. 한국의 자료를 이용한 시점간 소비대체 계수의 추정	41

제 2 장 정보비대칭 하에서 모호성과 비대칭적 변동성에 관한 연구

I. 서론	45
II. 문헌연구	46
III. 정보비대칭과 모호성 하에서 비대칭적 변동성에 대한 분석	52
1. 모형의 가정	52
2. 모형 I: 유동성투자자가 호황-불황에서 모호성에 대해 중립-회피형인 경우	55
3. 모형 II: 유동성투자자가 호황-불황에서 모호성에 대해 추구-회피형인 경우	60
1) 외생적으로 λ 가 결정된 경우	60
2) 내생적으로 λ 를 결정하는 경우	64
IV. 비대칭적 변동성과 모호성에 대한 실증분석	66
1. 모호성의 정도와 비대칭적 변동성	68

2. 모호성과 포트폴리오의 수익률: 모호성 요인 -----	74
1) Kolmogorov-Smirnov 방법으로 모호성을 추정하는 경우-----	74
2) Kullback-Leibler 방법으로 모호성을 추정하는 경우 -----	78
V. 요약 및 결론 -----	82

표 목차

제 1 장 한국의 주식프리미엄과 무위험이자율 의문현상에 관한 재검토

<표 1-1> 한국의 경제통계값	7
<표 1-2> 한국시장에서의 주식프리미엄 의문현상: 기본모형 하에서	10
<표 1-3> 한국시장에서의 무위험이자율 의문현상: 기본모형 하에서	10
<표 1-4> 한국시장에서의 무위험이자율 의문현상: 상대적 위험회피계수가 일정한 비기대 효용함수의 경우	16
<표 1-5> 주식 보유비중으로 추정 한 상대적 위험회피계수	19
<표 1-6> 한국시장에서의 주식프리미엄 의문현상: 절대적 위험회피계수가 일정한 비기대 효용함수의 경우	20
<표 1-7> 한국시장에서의 무위험이자율 의문현상: 절대적 위험회피계수가 일정한 비기대 효용함수의 경우	21
<표 1-8> 한국의 주식프리미엄 의문현상: 모호성회피를 반영한 경우	24
<표 1-9> 한국의 무위험이자율 의문현상: 모호성회피를 반영한 경우	25
<표 1-10> 한국의 주식프리미엄 의문현상: ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수	30
<표 1-11> 한국의 무위험이자율 의문현상: ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수	31
<표 1-12> 한국의 주식프리미엄 의문현상: ‘이웃 따라잡기’ 효용함수	32
<표 1-13> 한국의 무위험이자율 의문현상: ‘이웃 따라잡기’ 효용함수	32
<표 1-14> 한국의 주식프리미엄 의문현상: 부가형 외부 소비습관의 경우	37
<표 1-15> 한국의 무위험이자율 의문현상: 부가형 외부 소비습관의 경우	37
<표 1-16> 주식프리미엄과 무위험이자율의 이론값: 부가형 외부 소비습관의 경우	38
<표 A-1> 주요 소비관련 변수 및 이자율 사이의 상관관계	42
<표 A-2> 도구변수를 사용하지 않은 경우의 시점간 소비대체 계수 추정	43
<표 A-3> 도구변수를 사용한 경우의 시점간 소비대체 계수 추정	43

제 2 장 정보비대칭 하에서 모호성과 비대칭적 변동성에 관한 연구

<표 2-1> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 수익률	67
<표 2-2> 기초통계표	69
<표 2-3> 모호성의 추정방법에 따른 상대적 변동성의 차이	70

<표 2-4> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 상대적 변동성	71
<표 2-5> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 KS 통계량: KS_AR	72
<표 2-6> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 KS 통계량: KS_ARN	72
<표 2-7> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 KS 통계량: KS_DM	73
<표 2-8> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 KS 통계량: KS_BF	73
<표 2-9> Kolmogorov-Smirnov 방법으로 구성된 모호성 요인의 상관관계	75
<표 2-10> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: Fama-French 3 요인	76
<표 2-11> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_AR	76
<표 2-12> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_ARN	77
<표 2-13> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_DM	77
<표 2-14> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_BF	78
<표 2-15> Kullback-Leibler 방법으로 구성된 모호성 요인의 상관관계	79
<표 2-16> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_AR	80
<표 2-17> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_ARN	80
<표 2-18> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_DM	81
<표 2-19> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_BF	81

그림목차

제 1 장 한국의 주식프리미엄과 무위험이자율 의문현상에 관한 재검토

<그림 1-1> 한국의 주식수익률과 소비성장률 간 상관관계의 기간구조	6
--	---

제 2 장 정보비대칭 하에서 모호성과 비대칭적 변동성에 관한 연구

<그림 2-1> 신호에 대한 위험자산의 균형가격: 모형 I	57
<그림 2-2> 상대적 변동성: 모형 I	59
<그림 2-3> 신호에 대한 위험자산의 균형가격: 모형 II	62
<그림 2-4> 상대적 변동성: 모형 II	64

제 1 장

한국의 주식프리미엄과 무위험이자율 의문현상에 관한 재검토¹

I. 서론

주식프리미엄(equity premium)이란 주식에 대한 위험프리미엄으로, 주식의 기대수익률에서 무위험이자율을 초과하는 부분을 의미하는 것이다. 주식은 위험을 수반하기 때문에 무위험자산보다 높은 수익률이 요구된다. 주식시장이 경제전반에 미치는 영향을 고려할 때, 주식프리미엄을 이론적으로 도출하는 것은 오랜 기간 경제학과 재무학의 주요 연구주제가 되어왔다. 그러나 이론적인 주식프리미엄과 역사적인 주식프리미엄 사이에는 상당한 차이가 존재하는데, 이러한 의문현상은 Mehra and Prescott(1985)에 의해 처음으로 제기되었다. 구체적으로 의문현상이란 Lucas(1978) 모형에 의해 계산된 이론적인 주식프리미엄이 역사적인 장기평균보다 지나치게 낮고, 이론적인 무위험이자율은 지나치게 높다는 것이다. Lucas의 오일러식(Euler equation)과 실증자료를 이용하여 계산한 주식프리미엄과 실증적인 주식프리미엄의 차이는 약 6%p에 이르고, 이론적으로 계산한 무위험이자율은 10%를 상회하여 역사적인 장기평균인 0.80%와 큰 차이를 보인다.

이에 대해 달리 접근하면, 이론적인 주식프리미엄을 역사적인 프리미엄과 일치시키는 위험회피계수가 받아들이기 어려운 수준으로 높다고 해석할 수 있다. 반면, 이론적인 무위험이자율을 역사적인 무위험이자율과 일치시키는 위험회피계수 역시 지나치게 낮다. 즉, 주식프리미엄과 무위험이자율을 동시에 설명하는 위험회피계수가 존재하지 않게 되고, 합리적인 수준의 위험회피계수 하에서 두 의문현상은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

의문현상 I: 이론적인 주식프리미엄 값은 역사적인 평균보다 너무 낮다.

의문현상 II: 이론적인 무위험이자율 값은 역사적인 평균보다 너무 높다.

¹ 이 장은 2019 년 10 월 재무연구에 게재확정된 “한국시장에서의 주식프리미엄과 무위험이자율 의문현상: 외환위기 이후의 자료를 이용한 재검토(조재호 공저)”를 기반으로 작성하였다.

Mehra and Prescott(1985)과 Weil(1989)이 제기한 주식프리미엄 의문현상은 Lucas 모형의 가정에 기인한다고 볼 수 있다. 그 가정으로 (i) 생산과정이 없는 순수교환경제, (ii) 동질적인 경제주체, (iii) 시간부가적인 기대효용함수, 그리고 (iv) 완전시장(complete market) 등이 대표적이다. 이러한 가정은 현실경제를 단순화한 것이기 때문에, 주식프리미엄 의문현상에 대한 연구는 그 가정을 완화하는 방향으로 진행되어왔다. 즉, 생산과정을 추가하거나 이질적인 경제주체를 가정하기도 한다. 또한 효용함수의 형태를 바꾸어 위험에 대한 태도와 시점간 소비대체에 대한 선호를 구분하기도 하고, 소비습관을 모형에 추가하기도 한다. 자연재해 등 예상할 수 없는 재난을 모형에 반영하기도 하고, 또한 완전시장의 가정을 완화하기 위해 조세 등의 규제를 추가하는 연구도 진행되었다.

이 연구에서는 두 의문현상을 설명하기 위해 시간부가적인 기대효용함수의 가정을 완화한다. 시간부가적인 기대효용함수는 위험에 대한 태도와 시점간 소비대체에 대한 선호를 구분하지 못한다. 이를 해결하기 위해 Epstein and Zin(1989)은 상대적 위험회피계수가 일정한 효용함수를 활용하였고, Weil(1993)은 절대적 위험회피계수가 일정한 비기대효용함수(non-expected utility function)를 개발하였다. 이 연구에서는 이러한 두 가지 비기대효용함수를 모두 활용하고, 모호성에 대한 태도를 고려하는 효용함수와 소비습관부(habit formation) 효용함수를 이용하여 두 의문현상을 분석한다.

Epstein and Zin(1989)은 위험회피계수와 대체탄력성을 구분하는 비기대효용함수를 개발하여 두 의문현상을 설명할 수 있는 가능성을 열었다. 이 모형에 의하면 대체탄력성의 크기에 따라 ‘의문현상 II’를 해소할 수 있으나, ‘의문현상 I’을 설명하는 데에는 도움이 되지 않는다. 반면, Weil(1993)은 Epstein and Zin(1989)과 달리 절대적 위험회피계수가 일정한 효용함수를 가정하였다. 이 모형으로 계산된 주식프리미엄이 위험회피성향에 비례한다는 점은 앞의 모형들과 차이가 없다. 그러나 그 위험회피성향이 소비수준이 비례하여 증가하기 때문에, 상대적으로 작은 위험회피계수로도 ‘의문현상 I’을 해소할 수 있다는 장점을 가진다. ‘의문현상 II’에 대해서는 Epstein and Zin(1989)과 유사한 결과를 보여, 대체탄력성이 크다는 가정 하에서 무위험이자율 의문현상도 해소할 수 있다. Klibanoff, Marinacci, and Mukerji(2005, 2009, 이하 KMM) 등은 모호성회피성향을 고려하는 효용함수를 발전시켰다. 이 모형은 Epstein and Zin(1989)을 확장하여 위험회피계수와 대체탄력성에 더해 모호성회피계수를 효용함수에 추가한다.

모호성회피 효용함수에 의하면, 모호성회피계수가 위험회피계수보다 크다는 가정 하에서 ‘의문현상 I’에 대한 설명력이 강화된다. 그러나 그 설명력이 제한적이라는 한계를 가진다.

Gali(1994), Abel(1990)과 Campbell and Cochrane(1999)은 소비습관(consumption habit)이라는 개념을 이용하여 의문현상을 해소하고자 노력하였다. 이는 경제주체의 효용이 절대적인 수준에서 결정되는 것이 아니라, 다른 사람과 비교하거나 과거 자신의 소비와 비교한 잉여소비(consumption surplus)에 의해 결정된다는 것이다. Gail(1994)의 ‘이웃과 보조맞추기(keeping up with the Joneses)’ 모형으로 두 의문현상을 동시에 해결하는 것은 불가능한 반면, Abel(1990)의 ‘이웃 따라잡기(catching up with the Joneses)’ 모형은 ‘의문현상 II’를 큰 폭으로 해소하는데에는 도움이 되지만, ‘의문현상 I’에는 도움이 되지 않는다. 그리고 Campbell and Cochrane(1999)의 부가형 외부소비습관을 이용한 효용함수는 두 의문현상 모두를 설명하는 데 도움이 되나, 부분적인 도움에 그친다.

시간부가적인 효용함수의 가정을 완화하는 방법은 이론적인 주식프리미엄에 미치는 위험회피계수의 실질적인 역할을 조정하는 것이라고 볼 수 있다. 그러나 주식프리미엄은 위험회피계수만이 아니라, 소비성장률과 주식수익률 사이의 공분산에도 비례한다. 따라서 그 공분산은 주식프리미엄 의문현상을 심화시키는 요인 중 하나이다. Campbell(1998)에 의하면 미국을 제외한 주요국 중 그 상관관계가 0.1 을 초과하는 국가가 존재하지 않는데, 이로 인해 주식프리미엄의 이론값이 작아진다. Campbell(1998)은 이를 보정하기 위해 소비성장률과 주식수익률의 상관관계가 1 인 가상의 상황을 추가하여 주요국의 주식프리미엄 의문현상을 분석하였다. 그 상관관계가 1 인 경우, 역사적인 주식프리미엄을 설명하는 위험회피계수가 작게는 절반 이하로 감소하고, 크게는 2465.43 에서 4.70 으로 감소하여(이탈리아) 주식프리미엄 의문현상이 상당히 완화되는 것을 확인하였다.

Lucas 모형은 주식수익률이 상승하면 같은 시점에 소비 역시 증가한다고 가정한다. 즉, 소비성장률과 주식수익률 사이의 상관관계가 크다고 가정하는 것이다. 그러나 이 둘 사이에 시차가 존재하는 경우 그 공분산이 감소하거나 음(-)의 값을 가질 수도 있는데, 이로 인해 의문현상이 심화될 수 있다. 이러한 이유로 Parker and Julliard(2005)는 소비성장률과 주식수익률 사이의 공분산을 추정할 때, 그 둘 사이의 시차를 고려해야 한다고 주장하였다. 같은 시점의 소비성장률과 주식수익률의 공분산이 아닌 현재의 소비성장률과 과거의 주식수익률 사이의

공분산을 추정해야 하는 이유는, 주식수익률의 상승이 소비성장률의 증가로 곧바로 이어지지 않을 수 있기 때문이다. 즉, 주식수익률 상승이 부(wealth)의 증가로 이어지기 위해서 시차가 존재할 수도 있고, 부의 증가가 소비의 증가로 나타나기 위해서도 시간이 지연될 수 있기 때문에, Lucas의 오일러식에도 이를 반영해야 한다는 것이다. 소비성장률과 주식수익률 사이에 다양한 시차를 적용하여 추정한 공분산을 활용하여 주식프리미엄 의문현상을 분석한 결과, Parker and Julliard(2006)는 둘 사이에 약 3년의 시차가 존재한다고 보고하였다.

독고윤, 박종원, 조재호(2001)는 한국시장에서 두 의문현상을 분석하였다. 1975-1999년의 연간 자료를 이용하여 분석한 결과, ‘의문현상 I’은 강하게 나타나지 않지만 ‘의문현상 II’는 매우 뚜렷하게 나타난다는 것을 발견하였다. 그러나 강민우(2008)와 김인수, 홍정훈(2008)은 한국에서 ‘의문현상 I’이 보이지 않는다고 주장하였다. 그들의 연구에 의하면, 각각 0.10-0.13과 0.45 수준의 위험회피계수로 역사적인 주식프리미엄과 무위험이자율을 각각의 이론값과 일치시킬 수 있다. 이러한 결과는 한국시장의 주식프리미엄 자체가 크지 않다는 데 기인하는데, 그 원인 중 하나는 분석기간에 있다. 독고윤 등(2001)과 김인수, 홍정훈(2008)에 의하면 한국의 주식시장에서 연간 실질 주식프리미엄은 각각 약 2.12%와 1.40% 수준이다. 두 연구의 분석기간은 각각 1975-1999년과 1980-2004년으로, 분석기간의 대부분이 외환위기 이전이라는 공통점이 있다. 그리고 강민우(2008)에 의하면, 무위험이자율의 대용치인 통화안정증권의 실질이자율이 외환위기 이전에는 14.12%이나 그 이후에는 5.35% 수준으로 크게 낮아진다. 이를 종합하면, 한국의 주식시장이 외환위기를 겪으며 경제 패러다임이 변화되었다고 볼 수 있다. 따라서 이 연구는 1997년 발생한 외환위기 이후 한국의 경제 패러다임 변화와 그로 인한 금융자산의 수익률 구조에 미치는 영향을 파악하기 위해, 분석기간을 1999년 이후로 한정하였다.

그리고 이 연구에서는 의문현상을 분석하기 위해 세 가지 방법을 활용하였다. 우선, Kocherlakota(1996)의 방식을 따라 통계적으로 의문현상의 존재 여부를 확인하였다. 이는 t -값을 통해 오일러식에 의한 가격결정식의 성립여부를 판단하는 것이다. 만약 t -값이 통계적으로 유의하지 않다면 가격결정식이 성립하는 것이고, 따라서 의문현상은 존재하지 않는다고 해석할 수 있다. 다음으로, 가격결정식을 이용하여 주식프리미엄과 무위험이자율의 이론값 또는 근사값을 계산하여 이를 과거평균과 비교해 보는 캘리브레이션(calibration) 방식으로 의문현상을

분석하였다. 마지막으로 위험회피계수 또는 시점 간 소비대체계수를 Hansen and Singleton(1982), Brown and Gibbons(1985)를 따라 일반화된 적률법(generalized method of moments, 이하 GMM)을 적용하여 추정하고, 추정된 값과 이론적으로 받아들여지는 값을 비교하여 의문현상을 재조명하였다.

이 논문은 다음과 같이 구성되었다. 제 II 장에서는 외환위기로 인한 경제 패러다임의 변화 양상을 살펴보고, 외환위기 이후 한국시장에서 두 의문현상의 존재 여부를 재검토한다. 제 III 장은 세 가지 형태의 비기대 효용함수 하에서 의문현상을 분석하고, 제 IV 장에서는 세 가지 형태의 소비습관부(habit formation) 효용함수를 소개하고, 각 효용함수가 한국에서 두 의문현상을 설명하는 데 도움이 되는지 확인한다. 제 V 장은 연구내용을 요약하고 결론으로 마무리한다.

II. 의문현상의 재검토: 외환위기로 인한 경제 패러다임의 변화

금융위원회가 발표한 ‘금융 60 년 연표’에 따르면, 한국 자본시장의 시대적 분류에서 2000 년대를 금융선진화 시기로 정의하였다. 한국의 주식시장은 외환위기를 기점으로 대내외 경제여건의 변화를 경험하였다. 대내적으로 대규모의 구조조정과 인수합병이 이루어졌고, 대외적으로 자본자유화가 진행되어 한국의 자본시장을 전면적으로 개방하였다. 이는 국제통화기금(IMF)의 긴급자금 지원에 대한 조건 중 하나였는데, 외국인 투자지분의 한도를 철폐하여 외국자본의 급격한 유입이 발생하였고 한국의 주식시장은 근본적인 변화를 겪게 되었다.

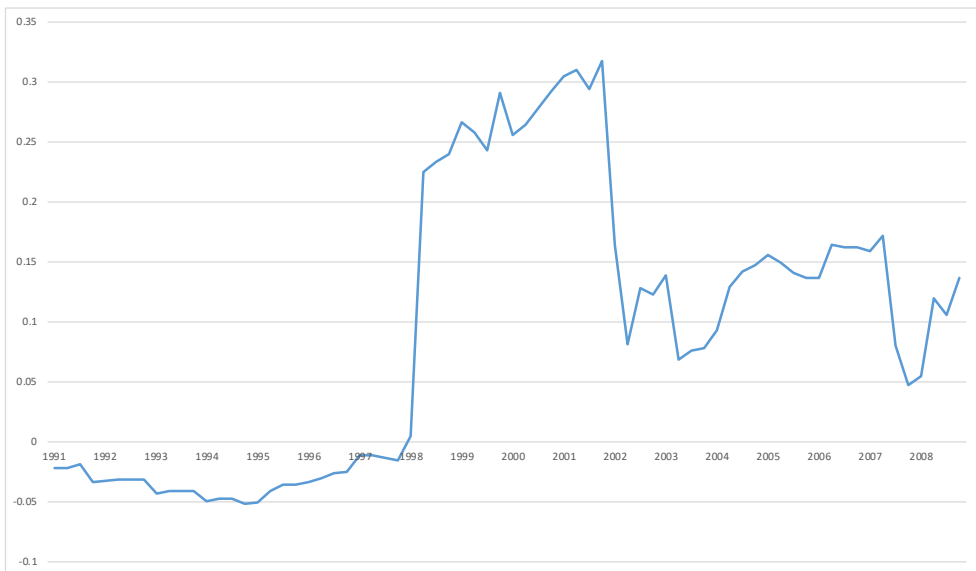
이러한 변화는 무위험이자율에 구조적인 영향을 미쳤을 뿐 아니라, 소비성장률과 주식수익률 사이의 관계에도 변화를 야기할 수 있다. 그리고 이는 주식수익률의 상승이 소비의 증가로 이어지는 시차의 변화를 초래할 수도 있다. <그림 1-1>은 1991 년부터 2017 년까지 한국의 1 인당 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 계산한 상관관계의 기간구조(term structure of correlation)를 나타낸다.² 예를 들어 2000 년의 값은 2000 년부터 2017 년까지의 기간 동안

² 분석기간을 1991 년 이후로 한정 한 것은, 무위험이자율의 대응치인 CD 유통수익률 자료가 1991 년부터 발표되었기 때문이다.

소비성장률과 주식수익률의 상관관계이고, 2001 년의 값은 2001 년부터 2017년까지 둘의 상관관계이다.

<그림 1-1> 한국의 주식수익률과 소비성장률 간 상관관계의 기간구조

1 인당 소비성장률과 주식수익률의 분석기간은 1991 년부터 2017 년까지이다. 소비는 비내구재와 서비스만을 포함하고, 주식수익률은 종합주가지수(KOSPI)의 수익률을 의미한다. 모든 변수는 소비자물가지수를 이용하여 계산한 실질변수이다. 각 시점의 값은 해당시점부터 2017 년까지의 주식수익률과 1 인당 소비성장률 사이의 상관관계이고, 그림의 수치는 모두 분기자료 기준이다.



<그림 1-1>에 의하면 외환위기 이전에 그 상관관계가 지속적으로 (-)의 값을 가진다. 이는 주식수익률 상승에 의해 소득이 증가할 때 오히려 소비는 감소하는 것으로, 외환위기 이전 한국의 주식수익률과 소비의 관계가 이론에서의 가정과 다르고, 가격결정식을 검증할 수 없다는 것을 의미한다. 반면, 외환위기 후인 1999년 이후에는 소비성장률과 주식수익률의 관계가 안정적으로 양(+)의 관계를 보인다. 즉, 1991 년부터 1998 년까지의 자료를 포함하면, 어느 시점에서 분석을 시작하든 소비성장률과 주식수익률 사이의 공분산이 음수(-)가 되기 때문에 이론적인 주식프리미엄 역시 음(-)의 값을 갖는다. 따라서 1998 년 이전의 자료는

한국의 주식프리미엄 의문현상 분석에 적합하지 않고, 이 연구에서 분석기간을 1999년 이후로 한정하는 것이 정당화된다.³

1. 자료

<표 1-1>은 한국의 1인당 소비성장률, 실질 주식수익률, 그리고 무위험이자율의 평균과 표준편차 등을 1999년부터 2017년까지의 분기자료를 이용하여 계산한 결과를 보여 준다. 주식프리미엄은 1.79%로 외환위기 이전보다 상당히 증가한 반면, 무위험이자율은 0.33% 수준으로 낮아진 것을 확인할 수 있다. 같은 기간 미국의 주식프리미엄은 0.80%이고, 무위험이자율은 -0.06%이다. 한국에서 주식프리미엄의 표준편차는 12.80%이고, S&P500 프리미엄의 표준편차는 7.89% 수준이다.

<표 1-1> 한국의 경제통계값

<표 1-1>은 1999년부터 2017년까지의 분기자료를 이용하여 계산한 경제통계값을 제시한다. 주식수익률은 KOSPI에 대한 수익률이며, 무위험이자율로는 91일 만기의 CD 금리를 사용하였다. 물가상승률은 소비자물가지수(CPI)를 이용하여 계산하였다.

자료출처: 통계청(소비자료), 한국거래소(KOSPI 자료), 한국은행(CD 금리 및 물가지수 등)

	평균 (%)	분산 (%) ²	표준편차 (%)
1인당 실질소비성장률*	0.55	0.59	0.77
실질무위험이자율	0.33	0.36	0.60
주식(KOSPI)의 실질수익률	2.12	164.23	12.82
주식프리미엄	1.79	163.77	12.80
소비성장률과 주식수익률의 상관관계: 0.2639			

* 1인당 소비는 비내구재와 서비스만을 포함한다.

2. 기본모형: 시간부가적 기대효용함수 하의 가격결정식

Mehra and Prescott(1985)은 다음과 같이 상대적인 위험회피계수가 일정한 CRRA 형태의 시간부가적 기대효용함수를 이용하여 주식프리미엄 의문현상을 분석하였다.

³ 이 분석기간 하에서는 무위험이자율의 대응치에 대한 논란도 피할 수 있다.[김인수, 홍정훈(2008), Park and Kim(2012) 참조]

$$E_0[\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} \cdot u(c_{\tau})], \quad 0 < \beta < 1, \quad u(c) = \frac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}, \quad 0 < \gamma < \infty \quad (1-2-1)$$

여기서 $E_0[\cdot]$ 는 조건부 기댓값을 나타내는 연산자, β 는 미래의 효용을 현재의 효용으로 환산하는 할인요소(discount factor), c_{τ} 는 τ 시점의 소비, 그리고 γ 는 소비자의 상대적 위험회피계수를 나타낸다

한편, 이 절에서는 Lucas(1978)가 교환경제 하의 대표소비자(representative consumer) 모형에서 도출한 증권수익률 결정식을 통해 두 의문현상을 조명한다. 오일러식(Euler equation)이라고 부르는 증권수익률의 결정식은 다음과 같다.

$$E[M \cdot (1 + r)] = 1 \quad (1-2-2)$$

여기서 $E[\cdot]$ 은 기댓값 연산자이고, M 은 소비의 시점간 한계대체율로서 가격결정커널(pricing kernel) 또는 확률할인요소(stochastic discount factor: SDF)라고 한다. 그리고 r 은 증권의 수익률을 나타낸다. 식 (1-2-1)에 r 대신 주식수익률 r_s 와 무위험이자율 r_f 를 대입하여 정리하면 각각 다음과 같다.

$$E[M \cdot (r_s - r_f)] = 0 \quad (1-2-3)$$

$$E[M \cdot (1 + r_f)] - 1 = 0 \quad \text{또는} \quad 1 + r_f = \frac{1}{E(M)} \quad (1-2-4)$$

식 (1-2-1)의 효용함수를 가정하고, $(1+\text{소비성장률})$ 을 g 라고 하면 가격결정커널 M 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M = \frac{\beta \cdot u'(c_{\tau+1})}{u'(c_{\tau})} = \beta \cdot \left(\frac{c_{\tau+1}}{c_{\tau}} \right)^{-\gamma} = \beta \cdot g^{-\gamma} \quad (1-2-5)$$

또한 식 (1-2-5)를 식 (1-2-3)와 식 (1-2-4)에 각각 대입하면 다음과 같고,

$$E[g^{-\gamma} \cdot (r_s - r_f)] = 0 \quad (1-2-6)$$

$$E[\beta \cdot g^{-\gamma} \cdot (1 + r_f) - 1] = 0 \quad (1-2-7)$$

Mehra and Prescott(1985)에서 주식프리미엄과 무위험이자율은 각각 식 (1-2-6)과 식 (1-2-7)에 의해 결정된다.

이 연구에서 두 의문현상을 세 가지 방법으로 분석하고 비교한다. 첫 번째 방법은 Kocherlakota(1996)의 통계적 방법으로, 그는 미국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 위의 두 오일러식이 만족되는지 직접 검정하였다. 즉, 식 (1-2-6)과 식 (1-2-7)의 좌변 기댓값 연산자 내 항목들의 표본 평균과 표준편차를 계산한 후 t-값을 구하여 두 의문현상이 존재하는지 통계적으로 확인하였다. 연구결과, 위험회피계수가 10 을 초과하지 않는다는 전제 하에서 대부분의 경우 t-값이 유의하고, 또 유의하지 않더라도 두 식을 동시에 만족시킬 수 있는 위험회피계수가 존재하지 않는다는 사실을 발견하였다.

두 번째 방법은 Mehra and Prescott(1985)와 Weil(1989)이 처음으로 두 의문현상을 발견할 때 사용한 방법으로, 가격결정식을 이용하여 주식프리미엄과 무위험이자율의 이론값을 구한 후 이들을 과거평균과 직접 비교하는 소위 캘리브레이션(calibration) 방식이었다. 전술한 바와 같이, 이론적으로 계산한 주식프리미엄은 과거평균보다 턱없이 낮고, 무위험이자율은 과거평균보다 지나치게 높다.

마지막 방법은 식 (1-2-6)과 식 (1-2-7)의 두 식을 만족하는 모수(parameter), 즉 위험회피계수 또는 시점간 소비대체계수 등을 GMM 으로 추정하고, 이를 일반적으로 받아들여지는 수준의 값과 비교하는 것이다.

3. 한국시장에서의 의문현상

이 절에서는 한국시장에서의 두 의문현상을 분석한다. <표 1-2>는 Kocherlakota(1996)의 방식으로 한국시장에서 식 (1-2-6)을 검정한 결과를 나타낸다. 0 에서 20 사이의 위험회피계수(γ) 하에서, t-값이 유의하지는 않지만 γ 값이 증가하더라도 t-값이 급격히 떨어지지 않는 것을 볼 수 있다. 이는 식 (1-2-6)을 0 으로 만드는 γ 가 큰 값일 가능성을 시사한다. 계산 결과, 이 값은 무려 68.69 에 이른다.

<표 1-3>은 같은 자료를 이용하여 Kocherlakota(1996)의 방식대로 식 (1-2-7)을 검정한 결과로, $\gamma > 1$ 인 조건에서 t-값은 유의하게 음(-)의 값을 갖는다. t-값이

음(-)의 값을 가진다는 것은 현실의 무위험이자율이 이론값보다 낮다는 것으로, 무위험자산이 과대 평가되었음을 의미한다. 그리고 식 (1-2-7)을 0 으로 만드는 γ 값은 0 과 1 사이, 그리고 20 보다 훨씬 큰 범위에 존재한다고 짐작할 수 있다.

<표 1-2> 한국시장에서의 주식프리미엄 의문현상: 기본모형 하에서

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-2-6)의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 γ 는 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^s 와 $\hat{\sigma}(x^s)$ 는 각각 $x^s[\equiv g^{-\gamma} \cdot (r_s - r_f)]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. 표본수는 76 이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665 이다.

γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	t-stat	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	t-stat
0	0.0179	0.0147	1.2176	6	0.0160	0.0139	1.1500
1	0.0175	0.0145	1.2065	7	0.0157	0.0138	1.1386
2	0.0172	0.0144	1.1953	8	0.0154	0.0137	1.1271
3	0.0169	0.0143	1.1841	9	0.0151	0.0135	1.1156
4	0.0166	0.0142	1.1728	10	0.0148	0.0134	1.1040
5	0.0163	0.0140	1.1614	20	0.0123	0.0125	0.9876

<표 1-3> 한국시장에서의 무위험이자율 의문현상: 기본모형 하에서

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-2-7)을 검정하기 위한 계산 결과이다. 아래에서 γ 는 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b[\equiv \beta \cdot g^{-\gamma} \cdot (1 + r_f) - 1]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76 이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665 이다.

γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat
0	0.0008	0.0007	1.1609	6	-0.0308	0.0049	-6.3282
1	-0.0047	0.0009	-5.3696	7	-0.0358	0.0057	-6.3017
2	-0.0101	0.0016	-6.3055	8	-0.0407	0.0065	-6.2764
3	-0.0154	0.0024	-6.3915	9	-0.0455	0.0073	-6.2522
4	-0.0206	0.0032	-6.3813	10	-0.0502	0.0007	-6.2287
5	-0.0257	0.0040	-6.3556	20	-0.0935	0.0156	-6.0021

<표 1-2>와 <표 1-3>의 결과에 대한 강건성을 점검하기 위해 세 가지 추가적인 분석을 수행하였다. 첫째, 연간 자료를 이용하여 같은 방법으로 검정을 시도하였고,

둘째, 2008년 발생한 금융위기 기간 동안의 자료가 연구결과를 왜곡할 가능성이 있어, 그 해의 자료를 표본에서 제외하고 재분석하였다. 그리고 셋째, 주식수익률과 시차를 둔 소비성장률의 공분산이 평균 수익률을 잘 설명한다는 Parker and Julliard(2005)의 주장을 따라, 시점 τ 의 주식수익률과 시점 $\tau + 1$ 의 소비성장률을 가격결정식에 대입하여 분석하였다.⁴ 세 가지 방법의 강건성 점검 결과는 모두 기본모형 하에서의 결과인 <표 1-2>, <표 1-3>과 질적으로 다르지 않았다.⁵

<표 1-2>와 <표 1-3>, 그리고 강건성 분석의 내용을 종합하면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 첫째, t -값이 유의하지 않다는 이유로 의문현상 I 이 존재하지 않는다고 단언하는 것은 옳지 않다. 미국의 경우에 비해 t -값이 작게 나타나는 이유는 식 (1-2-6) 기댓값 연산자 안의 값 $[g^{-\gamma}(r_s - r_f)]$ 의 표준편차가 훨씬 크기 때문인데,⁶ 이는 한국의 주식수익률 변동성이 월등히(미국의 약 2 배) 크다는 데 기인하는 것으로 판단된다. 독고운 등(2001)의 결과와 비교할 때, t -값이 상당히 커지고 또 t -값을 0 으로 만드는 γ 값이 합리적인 수준을 크게 벗어난다는 점을 고려하면 한국에서의 의문현상 I 은 외환위기 이전 보다 이후에 훨씬 강하게 나타난다고 할 수 있다. 둘째, 의문현상 II의 경우 t -값이 외환위기 이전 이상으로 유의수준을 대폭 상회하고 있어 이견의 여지가 없다. 셋째, 현실의 주식프리미엄과 무위험이자율을 동시에 정당화할 수 있는 합리적인 수준의 위험회피계수를 찾는 것은 불가능하다. 따라서 기본모형 하에서 두 의문현상이 최근 한국에서도 뚜렷하게 나타나고 있다는 사실은 부인할 수 없다.

다음으로, 주식수익률의 근사값에 기반한 캘리브레이션 방식에 따라 한국에서 두 의문현상의 존재여부를 판단한다.

식 (1-2-3)를 다시 정리하면 다음과 같은 관계를 도출할 수 있다.

$$E(r_s) - r_f = -\frac{1}{E(M)} \cdot Cov(M, r_s) \quad (1-2-8)$$

⁴ 주식수익률과 소비성장률 사이에 한 분기 시차를 둔 경우, <그림 1-1>과 같이 두 변수 간 상관관계의 기간구조를 그려보면 안정적인 양(+)의 값을 가진다.

⁵ 강건성 점검의 구체적인 결과는 이 논문에 수록하지 않는다. [김민직, 조재호(2020) 참조]

⁶ 연간자료의 경우, 미국과 한국의 표준편차평균은 각각 0.019 와 0.060 정도로 3 배 이상 큰 차이가 난다.

여기에 M 대신 $\beta \cdot g^{-\gamma}$ 를 대입하고 또 $g^{-\gamma}$ 대신 테일러(Taylor) 전개에 의한 $g^{-\gamma}$ 의 근사값 $(1 + \gamma) - \gamma \cdot g$ 을 대입하면 다음과 같은 주식프리미엄의 근사값을 구할 수 있다.

$$E(r_s) - r_f \approx \gamma^* \cdot Cov(g, r_s) = \gamma^* \cdot \rho_{g,s} \cdot \sigma_g \cdot \sigma_s, \quad \gamma^* \equiv \frac{\gamma}{1 + \gamma - \gamma \cdot E(g)} \quad (1-2-9)$$

식 (1-2-9)에서 $Cov(\cdot)$ 는 공분산을 나타내며, $\rho_{g,s}$ 는 소비성장률과 주식수익률 사이의 상관계수를, σ 는 각 변수의 표준편차를 나타낸다. 한편, 식 (1-2-7)을 이용하면 다음과 같은 무위험이자율의 근사값을 얻을 수 있다.⁷

$$\ln(1 + r_f) \approx \gamma \cdot [E(g) - 1] - \ln \beta \quad (1-2-10)$$

위험회피계수 γ 의 값이 10을 넘지 않는다는 것이 일반적인 견해이고, Blume and Friend(1975)는 미국자료를 이용한 연구에서 γ 값으로 2에서 6 사이의 값을 제시하였다. 이 결과를 따라 $\gamma = 5$ 와 <표 1-1>의 값들을 식 (1-2-9)에 대입하여 계산한 한국시장에서의 주식프리미엄 이론값은 다음과 같다.

$$E(r_s) - r_f = 5 \times 0.2639 \times 0.0077 \times 0.1282 = 0.0013 \text{ 또는 } 0.13\% \quad (1-2-11)$$

이는 <표 1-1>의 과거평균 1.79%와 비교하면 약 14분의 1에 불과한 턱없이 작은 값이다. 결국, Lucas 모형에 시간부가적 기대효용함수를 가정하여 산출한 주식프리미엄이 과거 평균보다 큰 차이로 작게 나타나기 때문에, 캘리브레이션 방법에 의하면 한국시장에서도 ‘의문현상 I’이 분명히 존재한다고 결론내릴 수 있다.⁸

⁷ 식 (1-2-5)의 양변에 자연로그를 취하고, Taylor 시리즈를 이용하여 이를 선형화 하면 다음과 같은 결과를 얻는다: $\ln M = \ln \beta - \gamma \cdot \ln g \approx \ln \beta - \gamma(g - 1)$.

또 식 (2-3)의 양변에 자연로그를 취하고 위 결과를 이용하면 다음의 관계가 성립한다:

$$\ln(1 + r_f) = -\ln E(M) \approx -E(\ln M) \approx \gamma \cdot [E(g) - 1] - \ln \beta.$$

⁸ <표 1-1>의 자료를 이용하여 식 (1-2-9)를 만족시키는 위험회피계수의 값을 계산하면 약 69를 얻게 되는데, 이는 합리적인 수준을 크게 벗어나는 높은 값이다.

다음으로, 식 (1-2-10)에 $\gamma = 5$ 와 <표 1-1>의 값들, 그리고 $\beta = 0.9975$ 를 대입하면 다음과 같은 이론적인 무위험이자율을 산출할 수 있다.

$$\ln(1 + r_f) \approx 5 \times 0.0055 - (-0.0025) = 0.03 \Rightarrow r_f \approx 0.0305 \text{ 또는 } 3.05\% \quad (1-2-12)$$

<표 1-1>의 실질이자율의 과거평균인 0.33%와 비교할 때 식 (1-2-12)의 결과는 터무니 없이 높다. 이는 한국시장에서 ‘의문현상 II’가 강하게 존재한다는 것을 의미한다. 또한 식 (1-2-10)은 위험회피계수가 아주 작은 값을 가질 때에만 정당화되는데,⁹ 이 경우 식 (1-2-9)는 실증적으로 성립될 수 없다. 결국 두 의문현상은 식 (1-2-9)와 식 (1-2-10)을 동시에 만족시키는 위험회피계수가 존재하지 않는다는 것을 의미한다.

이는 GMM 을 통한 분석에서도 명확하게 확인할 수 있다. 식 (1-2-6)을 만족하는 γ 는 약 34.5910 수준인 반면 식 (1-2-7)을 만족하는 γ 는 약 0.1401 수준으로, 모두 일반적으로 받아들여지는 범위 안에 있다고 하기 어렵다.

세 가지 방법의 분석결과를 종합하면, 한국시장에서 두 의문현상이 뚜렷하게 나타난다고 결론내릴 수 있다.

III. 비기대 효용함수

Mehra and Prescott 모형에서 사용된 시간부가적 기대효용함수[식 (1-2-1)]의 중요한 특성 중 하나는 소비자의 위험에 대한 태도와 시점간 소비대체(intertemporal substitution)에 대한 태도를 구분하지 못하는 것이다. 즉, 식 (1-2-1)에서 계수 γ 는 상대적 위험에 대한 회피성향을 나타내기도 하고 또 시점간 불균등 소비배분에 대한 회피성향을 나타내기도 한다. 이러한 단점을 극복하기 위해 Kreps and Porteus(1978)의 공리를 바탕으로 개발된 비기대 효용함수(non-expected utility function)가 흔히 사용된다. 이 절에서는 앞에서 분석한 두 의문현상을 비기대 효용함수 하에서 검토한다.

⁹ 식 (1-2-10)를 만족시키는 위험회피계수의 값은 약 0.1445 이다.

1. 상대적 위험회피계수가 일정한 경우

Epstein and Zin(1989), Weil(1990) 등이 개발한 비기대 효용함수는 다음과 같다.

$$U_0 = [c_0^{1-\rho} + \beta \cdot \hat{U}_1^{1-\rho}]^{\frac{1}{1-\rho}}, \quad \hat{U}_1 \equiv \{E(U_1^{1-\gamma})\}^{\frac{1}{1-\gamma}}, \quad 0 < \rho \neq 1, \quad 0 < \gamma \neq 1 \quad (1-3-1)$$

식 (1-3-1)에서 보면 현재의 효용 U_0 는 현재의 소비 c_0 와 미래효용의 확실성등가 \hat{U}_1 에 의해 결정되며 그 함수는 CES(constant elasticity of substitution) 형태를 가진다. 계수 ρ 는 시점간 소비대체 계수(intertemporal substitution parameter)로서 시점간 불균등 소비배분에 대한 회피성향을 나타낸다.¹⁰ 한편 계수 γ 는 상대적 위험회피성향을 나타내는 것으로 \hat{U}_1 의 크기를 결정한다.¹¹ 결국 식 (1-3-1)의 효용함수 하에서는 소비자의 위험에 대한 취향과 시점간 소비배분에 대한 취향이 구분되며, 전자와 후자는 각각 γ 와 ρ 에 의해 나타내 진다.

식 (1-3-1)의 효용함수 하에서 소비자의 가격결정커널 M 은 다음과 같이 도출된다[Weil(1989) 참조].

$$M = \beta \cdot \hat{U}_1^{\gamma-\rho} \cdot U_1^{\rho-\gamma} \cdot \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^{-\rho} \quad (1-3-2)$$

식 (1-3-2)를 식 (1-2-3)와 식 (1-2-4)에 대입한 후 정리하면 다음의 두 식을 얻는다.

$$E \left[U_1^{\rho-\gamma} \cdot \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^{-\rho} \cdot (r_s - r_f) \right] = 0 \quad (1-3-3)$$

$$E \left[\beta \cdot \hat{U}_1^{\gamma-\rho} \cdot U_1^{\rho-\gamma} \cdot \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^{-\rho} \cdot (1 + r_f) \right] = 1 \quad (1-3-4)$$

식 (1-3-3)과 식 (1-3-4)에서 U_1 은 여러 기간일 경우 관찰할 수 없는 항목이기 때문에, 소비자의 소비시점을 두 시점(0과 1)으로 국한해서 문제를 분석해 보자. 이 경우

¹⁰ 시점간 소비대체와 시점간 소비대체 탄력성(elasticity of intertemporal substitution)은 역의 관계를 갖는다. 즉, 시점간 소비대체 탄력성은 $1/\rho$ 이다.

¹¹ 확률변수 x 의 확실성 등가는 먹효용함수를 가정하고 다음과 같은 식으로부터 도출된 것이다: $[1/(1-\gamma)] \cdot x^{1-\gamma} = [1/(1-\gamma)] \cdot E(x^{1-\gamma})$.

$U_1 = c_1$, 그리고 $\hat{U}_1 = \hat{c}_1$ 이 된다는 사실과 $g = c_1/c_0$ 의 관계를 이용하면 식 (1-3-3)과 식 (1-3-4)는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[g^{-\gamma} \cdot (r_s - r_f)] = 0 \quad (1-3-5)$$

$$E[\beta \cdot \hat{g}^{\gamma-\rho} \cdot g^{-\gamma} \cdot (1 + r_f)] = 1 \quad (1-3-6)$$

위의 두 식은 각각 기본모형에서의 식 (1-2-6)과 식 (1-2-7)에 상응하는 가격결정식이다. 식 (1-3-5)를 보면 식 (1-2-6)과 일치하며 계수 ρ 와는 무관하다는 것을 알 수 있다. 따라서 식 (1-3-1)의 효용함수 하에서도 현실의 높은 주식프리미엄을 정당화하려면 매우 큰 값의 위험회피계수가 요구된다. 결국 식 (1-3-1)의 비기대 효용함수는 ‘의문현상 I’을 해소하는 데 도움이 되지 않는다.

그러나 식 (1-3-6)은 식 (1-2-7)과 차이를 보인다. 테일러 전개를 이용하면 식 (1-3-6)으로부터 다음을 도출할 수 있다.¹²

$$\ln(1 + r_f) \approx \rho \cdot [E(g) - 1] - \ln \beta \quad (1-3-7)$$

식 (1-3-7)에서 무위험이자율은 위험회피계수와는 무관하고 시점간 소비대체 계수 ρ 에 비례한다. Hall(1988)의 실증연구에 의하면 계수 ρ 값은 1 보다 훨씬 큰 것으로 나타나, 식 (1-3-7)에 의해 생성된 무위험이자율은 과거평균 0.33%에 비해 여전히 큰 폭으로 높게 나타난다. 그러나 Bansal and Yaron(2004)은 Hall의 결과에 의문을 제기하며 계수 ρ 값의 추정치로 1 이하의 값을 제시하고 있다. 부록에서는 한국의 이자율 및 소비자료를 이용하여 ρ 값을 추정하였다. 여러 도구변수를 이용한 회귀분석에서 대략 0.252-0.887 사이의 ρ 값이 추정되었다. 이 범위의 값을 식 (1-3-7)에 대입하면 무위험이자율이 0.38%-0.74%로 계산되어 과거평균 0.33%에 근접한 결과를 얻게 된다. 식 (1-2-12)의 3.05%와 비교할 때 식 (1-3-7)은 ‘의문현상 II’를 큰 폭으로 완화할 수 있다.

¹² 식 (1-3-7)을 도출하기 위하여, 확률변수 X 의 분산 $Var(X)$ 가 아주 작을 경우 $\ln E(X) \approx E(\ln X)$ 의 관계를 이용하였다.

다음으로, <표 1-4>는 <표 1-3>에서와 같이 Kocherlakota(1996)의 방식을 따라 식 (1-3-6)을 통계적으로 검정한 결과를 나타낸다. <표 1-4>에 의하면, 모든 γ 에 대해 ρ 가 0.125 와 0.25 사이의 값을 가지면 t-값이 거의 0에 가깝다고 추정할 수 있다. 이 경우 ‘의문현상 II’는 상당 부분 해소될 수 있어, 효용함수 (1-3-1)이 유용하다고 해석할 수 있다.

<표 1-4> 한국시장에서의 무위험이자율 의문현상:

상대적 위험회피계수가 일정한 비기대 효용함수의 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-3-6)의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 γ 와 ρ 는 각각 상대적 위험회피계수와 시점간 소비대체 계수를 나타내며, \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b[\equiv \beta \hat{g}^{\gamma-\rho} g^{-\gamma}(1+r_f)-1]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665이다.

γ	ρ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat	γ	ρ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat
2	0	0.0008	0.0016	0.5060	8	0	0.0009	0.0068	0.1310
	0.125	0.0001	0.0016	0.0824		0.125	0.0002	0.0068	0.0330
	0.25	-0.0006	0.0016	-0.3414		0.25	-0.0004	0.0067	-0.0651
	0.5	-0.0019	0.0016	-1.1899		0.5	-0.0018	0.0067	-0.2615
	1	-0.0046	0.0016	-2.8904		1	-0.0044	0.0067	-0.6551
	2	-0.0101	0.0016	-6.3055		2	-0.0097	0.0067	-1.4455
4	0	0.0008	0.0033	0.2546	10	0	0.0009	0.0085	0.1069
	0.125	0.0002	0.0033	0.0494		0.125	0.0003	0.0085	0.0298
	0.25	-0.0005	0.0033	-0.1559		0.25	-0.0004	0.0085	-0.0474
	0.5	-0.0019	0.0033	-0.5670		0.5	-0.0017	0.0085	-0.2020
	1	-0.0046	0.0033	-1.3909		1	-0.0043	0.0085	-0.5118
	2	-0.0099	0.0033	-3.0454		2	-0.0095	0.0084	-1.1338
6	0	0.0009	0.0050	0.1717	20	0	0.0010	0.0172	0.0595
	0.125	0.0002	0.0050	0.0384		0.125	0.0004	0.0172	0.0235
	0.25	-0.0005	0.0050	-0.0950		0.25	-0.0002	0.0172	-0.0126
	0.5	-0.0018	0.0050	-0.3620		0.5	-0.0015	0.0172	-0.0848
	1	-0.0045	0.0050	-0.8972		1	-0.0039	0.0171	-0.2295
	2	-0.0098	0.0050	-1.9718		2	-0.0089	0.0170	-0.5199

한편, GMM 을 통해 식 (1-3-5)을 만족하는 γ 는 약 34.5910 으로 추정되어 일반적으로 받아들여지는 수준이라고 보기 어렵지만, 식 (1-3-6)을 만족하는 ρ 는

약 0.2623 수준으로 부록의 결과(0.252-0.887)를 받아들이면 상대적 위험회피계수가 일정한 비기대효용함수로 ‘의문현상 II’를 완벽히 해소할 수 있다.

요약하면, 소비자의 위험에 대한 태도와 시점간 소비배분에 대한 취향을 구분하는 식 (1-3-1)의 효용함수는 ‘의문현상 I’을 설명하는 데 도움이 되지 않지만, ‘의문현상 II’는 시점간 소비배분에 대한 성향에 따라 완전히 해소될 수 있다.

2. 절대적 위험회피계수가 일정한 경우

식 (1-3-1)의 비기대 효용함수는 소비자의 상대적 위험회피도가 일정하다고 설정한 반면, Weil(1993) 등은 절대적 위험회피도가 일정하다고 가정한 효용함수를 개발하였다. 이 경우 비기대 효용함수의 구체적인 형태는 다음과 같다.

$$U_0 = [c_0^{1-\rho} + \beta \cdot \hat{U}_1^{1-\rho}]^{\frac{1}{1-\rho}}, \quad \hat{U}_1 \equiv -\frac{1}{\theta} \cdot \ln E(e^{-\theta \cdot U_1}), \quad 0 < \rho \neq 1, \quad \theta > 0 \quad (1-3-8)$$

식 (1-3-8)을 보면 식 (1-3-1)에서와 같이 현재의 효용 U_0 가 현재의 소비 c_0 와 미래효용의 확실성등가 \hat{U}_1 에 의해 결정되며 그 함수는 CES 형태를 갖는다. 그러나 \hat{U}_1 의 크기를 결정할 때 소비 또는 소득에 관계없이 절대적 위험회피성향이 일정하다는 특성을 지닌 지수 효용함수를 이용한다. 즉, 식 (1-3-8)의 계수 θ 는 절대적 위험회피성향을 나타낸다.¹³

식 (1-3-1)의 경우에서와 마찬가지로 여러 기간일 경우 U_1 은 관찰할 수 없는 항목이기 때문에 소비시점을 두 시점(0과 1)으로 국한해서 문제를 분석한다. 식 (1-3-8)의 효용함수 하에서 가격결정커널 M 은 다음과 같다.

$$M = \beta \cdot \frac{e^{-\theta \cdot c_1}}{E(e^{-\theta \cdot c_1})} \cdot \left(\frac{\hat{c}_1}{c_0}\right)^{-\rho} \quad (1-3-9)$$

식 (1-3-9)를 식 (1-2-3)와 식 (1-2-4)에 대입하고 미래소비 c_1 대신 $c_1 = g \cdot c_0$ 을 대입한 후 정리하면 다음의 두 식을 얻는다.

$$E[e^{-\theta^* \cdot g \cdot (r_s - r_f)}] = 0, \quad \theta^* \equiv \theta \cdot c_0 \quad (1-3-10)$$

¹³ 확률변수 X 의 확실성 등가는 다음과 같은 식으로부터 도출된 것이다: $-e^{-\theta \cdot \hat{x}} = E(-e^{-\theta \cdot x})$.

$$\beta \cdot \hat{g}^{-\rho} \cdot (1 + r_f) = 1, \quad \hat{g} \equiv -\frac{1}{\theta^*} \cdot \ln E(e^{-\theta^* \cdot g}), \quad \theta^* \equiv \theta \cdot c_0 \quad (1-3-11)$$

식 (1-3-10)에서 주식프리미엄은 식 (1-3-5)에서와 마찬가지로 시점간 소비대체 계수 ρ 와 무관하게 결정되는 것을 볼 수 있다. 식 (1-3-10)과 식 (1-3-11)에서 계수 θ^* 는 절대적 위험회피계수(θ)에 소비를 곱한 값이기 때문에 정의 상 상대적 위험회피계수를 나타낸다. 식 (1-3-1)의 상대적 위험회피계수 γ 는 소비수준에 관계없이 일정한 것에 비해 θ^* 는 소비수준에 비례하여 증가한다는 차이가 있다.

먼저, 주식프리미엄과 무위험이자율의 이론값을 도출해 보자. 식 (1-3-10) 및 식 (1-3-11)에서 소비성장률 g 와 주식수익률 r_s 가 결합정규분포를 따른다고 가정하면, 각각의 식으로부터 다음과 같은 가격결정식이 도출된다.¹⁴

$$E(r_s) - r_f = \theta^* \cdot Cov(g, r_s), \quad \theta^* = \theta \cdot c_0 \quad (1-3-12)$$

$$\ln(1 + r_f) = \rho \cdot \ln \left[E(g) - \frac{\theta^*}{2} Var(g) \right] - \ln \beta, \quad \theta^* = \theta \cdot c_0 \quad (1-3-13)$$

식 (1-2-9)와 식 (1-3-12)의 차이는 결국 계수 γ 와 θ^* 의 차이 뿐이라는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 또 식 (1-3-13)에서 무위험이자율은 시점간 소비대체 계수가 작을수록, 또 위험회피계수가 클수록 작아진다.¹⁵

이상의 결과에서 보면, 두 의문현상을 설명하는 데 있어 식 (1-3-8)의 효용함수가 식 (1-3-1)의 효용함수보다 결코 더 유용하지 않아 보일 수 있다. 그러나 두 효용함수의 상대적 유용성은 θ^* 값이 어떤 범위의 값을 가지느냐에 달려있다.

¹⁴ 식 (1-3-12)를 도출하기 위해 다음과 같은 스타인의 보조정리(Stein's lemma)가 필요하다: 확률변수 X 와 Y 가 결합정규분포를 따를 경우 $Cov(g(X), Y) = E[g'(X)] \cdot Cov(X, Y)$, 여기서 g 는 미분가능한 함수를 나타낸다. 또 식 (3-13)의 결과는 정규분포의 성질에 의해 식 (3-11)의 \hat{c}_1 이 다음과 같이 계산되기 때문이다: $\hat{c}_1 \equiv -\left(\frac{1}{\theta}\right) \cdot \ln E(e^{-\theta \cdot c_1}) = E(c_1) - \left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot Var(c_1)$.

¹⁵ 식 (1-3-7)의 무위험이자율은 위험회피계수와 무관한 것으로 보이지만, 이는 어디까지나 $Var(g)$ 가 아주 작다는 전제 하에서의 근사값을 나타낸 것이다. 식 (3-6)에서 $\ln g$ 가 정규분포를 따른다는 가정 하에 무위험이자율을 정확히 계산하면 다음과 같다.

$\ln(1 + r_f) = \rho \cdot E(\ln g) + (1/2)[\rho - \gamma(1 + \rho)] \cdot Var(\ln g) - \ln \beta$
 위험회피성향이 강할수록 무위험이자율은 낮아진다는 것을 볼 수 있는데, 이러한 결과는 Barsky(1989), Epstein(1988) 등의 분석결과와 일치한다.

현실에서의 θ^* 값은 평균-분산(mean-variance) 포트폴리오 이론을 활용하여 추정할 수 있다. 평균-분산 모형에 의하면, 주식과 무위험자산으로 포트폴리오를 구성할 때 최적 주식투자 비중 y 는 다음과 같이 계산된다.

$$y = \frac{E(r_s) - r_f}{\theta^* \cdot \sigma_s^2} \quad (1-3-14)$$

식 (1-3-14)와 <표 1-1>의 과거 통계값을 이용하면, 주식보유 비중에 따라 θ^* 값은 <표 1-5>에서와 같이 추정될 수 있다.

<표 1-5> 주식 보유비중으로 추정한 상대적 위험회피계수

식 (1-3-14)에서 주식 보유비중(y)이 주어지면 과거 통계값 $E(r_s) - r_f = 0.0179$, $\sigma_s^2 = 0.0164$ 을 대입함으로써 θ^* 값을 구할 수 있다: $\theta^* = [E(r_s - r_f)]/[y \cdot \sigma_s^2]$

주식보유비중(y)	θ^* 추정값	주식보유비중(y)	θ^* 추정값
1.5%	72.76	10.0%	10.91
2.5%	43.66	12.5%	8.73
5.0%	21.83	15.0%	7.28
7.5%	14.55	17.5%	6.24

한국은행과 통계청이 작성하는 국민대차대조표에 의하면 한국의 가계 및 비영리단체가 보유한 금융자산 중 주식 및 펀드가 차지하는 비중은 2008-2017년 기간 중 연말 기준으로 최소 6.4%, 최고 8.2%이며, 그 평균은 약 7.2% 수준이다. 그리고 심현정(2018)이 설문조사를 기반으로 도출한 가계의 자산구성 중 주식 및 펀드의 비중은 약 1.4%에 불과하다. <표 1-5>에서 주식보유 비중이 7.2%라는 사실은 θ^* 값이 약 15 정도라는 것을 의미한다. $\theta^* = 15$ 의 값을 식 (1-3-12)에 대입하여 주식프리미엄의 이론값을 계산하면 다음과 같다.

$$E(r_s) - r_f = 15 \times 0.2639 \times 0.0077 \times 0.1282 = 0.0039 \text{ 또는 } 0.39\% \quad (1-3-15)$$

이 결과는 과거평균 1.79%에 비해 여전히 낮은 수준이나 식 (1-2-11)의 0.13%와 비교하면 약 3 배 수준의 값으로 ‘의문현상 I’을 완화시킨다.¹⁶ 식 (1-2-9)에서 10 이상의 γ 값은 매우 비현실적인데 비해 식 (1-3-12)에서는 10 보다 훨씬 큰 θ^* 값이 현실적으로 허용될 수 있다는 점에서도 식 (1-3-8)의 효용함수는 ‘주식프리미엄 의문현상’을 부분적으로 해소하는 데 유용하다.

식 (1-3-13)에서 소비성장률의 변동성 $Var(g)$ 가 매우 작다면 그 결과는 식 (1-3-7)의 결과와 별 차이가 없다. 그러나 $Var(g)$ 가 무시할 수 없는 수준이라면 두 식의 결과는 차이를 보일 수 있고, 또 위험회피계수가 클수록 더 낮은 값의 무위험이자율을 생성해 낼 수 있다. 상대적 위험회피계수 $\theta^* = 15$ 와 부록에서 추정한 ρ 값 0.252-0.887의 범위에서 식 (1-3-13)이 생성한 무위험이자율은 약 0.38%-0.70%로서 과거평균 0.33%와 별 차이가 없다. 이는 식 (1-3-7)의 결과와 비슷한 것으로, 식 (1-2-12)의 결과와 비교할 때 식 (1-3-13)은 ‘의문현상 II’의 대부분을 해소할 수 있다.¹⁷

<표 1-6> 한국시장에서의 주식프리미엄 의문현상:

절대적 위험회피계수가 일정한 비기대 효용함수의 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용한 식 (1-3-10)의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 $\theta^* \equiv \theta \cdot c_0$ 는 상대적 위험회피계수(θ 는 절대적 위험회피계수)를 나타내며, \bar{x}^s 와 $\hat{\sigma}(x^s)$ 는 각각 $x^s[\equiv e^{-\theta^*g} \cdot (r_s - r_f)]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665이다.

θ^*	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	t-stat	θ^*	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	t-stat
4	0.0003	0.0003	1.1723	10	6.72E-07	6.09E-07	1.1028
6	3.96E-05	3.44E-05	1.1493	15	4.12E-09	3.95E-09	1.0441
8	5.16E-06	4.58E-06	1.1261	20	2.53E-11	2.57E-11	0.9852

¹⁶ 심현정(2018)이 도출한 주식보유 비중 1.4%를 적용하면 θ^* 값이 약 73 으로 추정되고 이 경우 주식프리미엄은 약 1.90%의 값을 얻게 되어 심지어 과거평균을 초과한다.

¹⁷ ρ 값 0.252와 심현정(2018)의 연구에 근거한 θ^* 값 약 73을 받아들일 경우 약 0.335%의 무위험이자율을 얻게 되어 ‘의문현상 II’를 거의 완벽하게 해소할 수 있다.

<표 1-6>는 Kocherlakota(1996)의 방식대로 식 (1-3-10)을 통계적으로 검정하기 위한 계산 결과를 나타내는데, 같은 값의 상대적 위험회피계수 하에서 <표 1-2>의 결과와 큰 차이가 없다는 것을 확인할 수 있다.

<표 1-7>은 식 (1-3-11)을 검정하기 위한 결과이다. <표 1-4>의 결과와 비교하면 다음과 같은 사실을 발견할 수 있다: (i) 같은 값의 위험회피계수($\theta^* = \gamma$) 하에서 <표 1-7>의 t-값의 절대값이 크게 나타난다. (ii) 위험회피계수에 관계없이 t-값을 0으로 만드는 시점간 소비대체 계수 ρ 의 값이 0.25 이하에서 존재한다. 이 결과는 <표 1-4>에서의 내용과 일관된 것이라고 할 수 있다. (iii) ρ 가 0.25 이상일 때, ρ 가 같다면 θ^* 가 클수록 t-값의 절대값은 낮아진다.

<표 1-7> 한국시장에서의 무위험이자율 의문현상:

절대적 위험회피계수가 일정한 비기대 효용함수의 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용한 식 (1-3-11)의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 θ^* 와 ρ 는 각각 상대적 위험회피계수와 시점간 소비대체 계수를 나타내며, \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b[\equiv \beta \hat{g}^{-\rho}(1+r_f)-1]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. 여기서 $\hat{g} \equiv -\frac{1}{\theta^*} \cdot \ln E(e^{-\theta^* \cdot g})$ 이다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665이다.

θ^*	ρ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat	θ^*	ρ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat
4	0	0.0008	0.0007	1.1609	10	0	0.0008	0.0007	1.1609
	0.125	0.0001	0.0007	0.1722		0.125	0.0001	0.0007	0.2037
	0.25	-0.0006	0.0007	-0.8172		0.25	-0.0005	0.0007	-0.7540
	0.5	-0.0019	0.0007	-2.7980		0.5	-0.0018	0.0007	-2.6715
	1	-0.0046	0.0007	-6.7677		1	-0.0044	0.0007	-6.5139
	2	-0.0100	0.0007	-14.7394		2	-0.0096	0.0007	-14.2290
6	0	0.0008	0.0007	1.1609	15	0	0.0008	0.0007	1.1609
	0.125	0.0001	0.0007	0.1827		0.125	0.0002	0.0007	0.2299
	0.25	-0.0005	0.0007	-0.7961		0.25	-0.0005	0.0007	-0.7017
	0.5	-0.0019	0.0007	-2.7558		0.5	-0.0018	0.0007	-2.5666
	1	-0.0046	0.0007	-6.6829		1	-0.0043	0.0007	-6.3036
	2	-0.0099	0.0007	-14.5688		2	-0.0094	0.0007	-13.8062
8	0	0.0008	0.0007	1.1609	20	0	0.0008	0.0007	1.1609
	0.125	0.0001	0.0007	0.1932		0.125	0.0002	0.0007	0.2560
	0.25	-0.0005	0.0007	-0.7751		0.25	-0.0004	0.0007	-0.6495
	0.5	-0.0019	0.0007	-2.7136		0.5	-0.0017	0.0007	-2.4622
	1	-0.0045	0.0007	-6.5983		1	-0.0042	0.0007	-6.0943
	2	-0.0098	0.0007	-14.3987		2	-0.0091	0.0007	-13.3855

GMM 을 통해 식 (1-3-10)을 만족하는 θ^* 는 약 34.5910 로 주식보유비중이 약 3.16%이면 ‘의문현상 I’을 완벽히 해소할 수 있다. 국민대차대조표와 심현정(2018)의 주식보유비중의 평균인 약 4.3%를 이용하면 $\theta^* = 25.3829$ 로 ‘의문현상 I’을 대폭 해소할 수 있다. 식 (1-3-11)을 만족하는 ρ 는 약 0.1749 로, ‘의문현상 II’도 큰 폭으로 완화된다.

3. 모호성회피를 반영한 경우

객관적인 확률분포에 의해 나타낼 수 있는 미래의 불확실한 상황을 위험(risk)이라고 한다면, 확률분포조차 알 수 없는 상황을 모호성(ambiguity)이란 용어로 표현한다. 모호성회피(ambiguity aversion)란 엘스버그 역설(Ellsberg paradox)을 설명하기 위해 제시된 개념으로 사람들이 위험보다 모호성을 더 회피하고자 한다는 가설이다.¹⁸ 사람들의 이러한 태도를 효용함수에 반영하는 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. (i) 여러 형태의 확률분포를 비교하여 효용이 가장 작은 것을 극대화 하는 방법[Hansen and Sargent(2001), Hansen(2007) 등 참조]과 (ii) 위험에 대한 태도를 함수화 하듯이 모호성에 대한 태도도 함수화 하는 방법[Klibanoff, Marinacci, and Mukerji(2005, 2009: 이하 KMM) 참조]이다.

이 연구에서는 후자의 방법을 따라 KMM(2009)과 Ju and Miao(2012)가 이용한 다음과 같은 형태의 효용함수를 가정 한다.

$$U_0 = \left[c_0^{1-\rho} + \beta \cdot \hat{U}_1^{1-\rho} \right]^{\frac{1}{1-\rho}}, \quad \hat{U}_1 \equiv \left(E_b(\hat{U}_1^{1-\eta}) \right)^{\frac{1}{1-\eta}}, \quad \bar{U}_1 \equiv \left(E_a(U_1^{1-\gamma}) \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (1-3-16)$$

¹⁸ 향아리 1에는 검은 구슬과 하얀 구슬이 각각 5개가 있고, 향아리 2에는 검은 구슬 또는 하얀 구슬이 10개 있는데 어떤 색인지는 알 수 없다. 두 향아리 중 하나에서 검은 구슬을 꺼내면 상금을 받는다. 두 향아리 중 어느 쪽을 선택할까? 또 하얀 구슬을 꺼내면 상금을 받는다고 하면 어느 향아리를 선택할까? 대부분의 사람은 두 질문 모두에 대해 향아리 1을 선택하는데, Ellsberg에 의하면 이것이 모순이라는 것이다. 첫 번째 질문에서 검은 구슬을 꺼내기 위해 향아리 1을 선택했다면 그쪽은 검은 구슬 확률이 높고 흰 구슬 확률이 낮다는 걸 의미한다. 따라서 두 번째 질문에 대해서는 향아리 2를 선택하는 것이 합리적인데 그렇지 못한 것은 사람들이 불확실성에 대한 공포, 즉 모호성회피 성향을 가지고 있다는 것이다.

여기서 \hat{U}_1 은 위험에 대한 태도만이 아니라, 모호성에 대한 태도도 함께 나타낸다. 모호성의 정도를 나타내는 계수는 $\eta(0 < \eta \neq 1)$ 이고, $\eta > \gamma$ 이면 모호성을 회피하는 경제주체의 효용함수를 의미한다. 또 $\eta = \gamma$ 이면 위험과 모호성을 구분하지 않는다는 의미이며 이 경우 식 (1-3-16)은 식 (1-3-1)과 같게 된다. 그리고 E_a 와 E_b 는 기댓값을 나타내는데, 전자는 소비의 확률분포에 의해 결정되며 후자는 소비의 확실성등가에 대한 확률분포에 따라 결정된다.

식 (1-3-16) 하에서 가격결정커널 M 은 다음과 같이 도출될 수 있다.

$$M = \beta \cdot \hat{U}_1^{\eta-\rho} \cdot \hat{U}_1^{\gamma-\eta} \cdot E_a(U_1^{\rho-\gamma} \cdot c_1^{-\rho}) \cdot c_0^{\rho} \quad (1-3-17)$$

U_1 은 관찰할 수 없기 때문에 소비시점을 두 시점(0 과 1)으로 국한하면 $U_1 = c_1$, $\hat{U}_1 = \hat{c}_1$, 그리고 $\hat{\hat{U}}_1 = \hat{\hat{c}}_1$ 이 되고, 이와 함께 $c_1 = g \cdot c_0$ 의 관계를 식 (1-3-17)에 대입하면 다음의 가격결정식을 얻는다.

$$M = \beta \cdot \hat{g}^{\eta-\rho} \cdot \hat{g}^{\gamma-\eta} \cdot E_a(g^{-\gamma}), \quad \hat{g} \equiv (E_b(\hat{g}^{1-\eta}))^{\frac{1}{1-\eta}}, \quad \hat{g} \equiv (E_a(g^{1-\gamma}))^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (1-3-18)$$

여기서 \hat{g} 의 확률분포가 g 및 r 의 결합확률분포와 독립적이고(independent) 또 g 의 확률분포와 동일하다고(identical) 가정하자. 이럴 경우, 식 (1-3-18)을 식 (1-2-3)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 주식프리미엄 결정식을 얻게 된다.

$$E_b[\hat{g}^{\eta-\rho} \cdot \hat{g}^{\gamma-\eta} \cdot E_a(g^{-\gamma} \cdot (r_s - r_f))] = 0 \Rightarrow E_a[g^{-\eta} \cdot (r_s - r_f)] = 0 \quad (1-3-19)$$

식 (1-3-19)에서 확률분포 a 와 b 가 독립적일 뿐 아니라, \hat{g} 과 g 의 확률분포가 같다는 가정으로 인해 $E_b(\hat{g}^{\gamma-\eta}) = E_a(g^{\gamma-\eta})$ 가 성립하므로 이 관계를 적용하면 둘째 식을 얻을 수 있다. 식 (1-3-19)는 식 (1-3-5)에서 γ 대신 η 를 대입한 결과와 같다.

식 (1-3-18)을 식 (1-2-4)에 대입한 후 정리하면 다음과 같은 무위험이자율 가격결정식을 얻는다.¹⁹

¹⁹ 식 (1-3-18)을 식 (1-2-3)에 대입한 식은 다음과 같이 정리된다:

$$E_a[\beta \cdot \hat{g}^{*\eta-\rho} \cdot g^{-\eta} \cdot (1 + r_f)] = 1, \quad \hat{g}^* \equiv (E_a(g^{1-\eta}))^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (1-3-20)$$

식 (1-3-20)의 무위험이자율은 위험회피계수와 무관하게 결정되고, 식 (1-3-6)에서 γ 대신 η 를 대입한 결과와 같다. 결국 식 (1-3-16)을 이용한 결과는 식 (1-3-1)을 이용한 결과에서 γ 의 역할을 η 가 대신하는 것이다.

<표 1-8>은 식 (1-3-19)를 Kocherlakota(1996)의 방식대로 검정한 결과이다. 표를 보면 γ 의 역할은 없고, <표 1-2>에서 γ 의 역할을 η 가 대신하는 것 외에는 <표 1-2>의 내용과 정확히 일치한다. 이는 γ 값이 작더라도 η 값이 크다면 실질적으로 위험회피성향을 높이는 효과로 인해 주식프리미엄을 크게 할 수 있다. ‘의문현상 I’을 해소하는 데 식 (1-3-1)이 별 도움이 되지 않는 데 비해, η 값이 충분히 크다는 전제 하에 식 (1-3-16)은 상당히 유용할 수 있다.

<표 1-8> 한국의 주식프리미엄 의문현상: 모호성회피를 반영한 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여, 식 (1-3-19)의 주식프리미엄 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 γ 와 η 는 각각 상대적 위험회피계수와 모호성회피계수를 나타낸다. \bar{x}^s 와 $\hat{\sigma}(x^s)$ 는 각각 $x^s[\equiv g^{-\eta} \cdot (r_m - r_f)]$ 의 표본 평균과 표준편차이다. 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665이다.

모든 $\gamma (>0$, 단 $\gamma > \eta$ 인 경우 제외)							
η	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t\text{-stat}$	η	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t\text{-stat}$
0	0.0179	0.0147	1.2176	6	0.0160	0.0139	1.1500
1	0.0175	0.0145	1.2065	7	0.0157	0.0138	1.1386
2	0.0172	0.0144	1.1953	8	0.0154	0.0137	1.1271
3	0.0169	0.0143	1.1841	9	0.0151	0.0135	1.1156
4	0.0166	0.0142	1.1728	10	0.0148	0.0134	1.1040
5	0.0163	0.0140	1.1614	20	0.0123	0.0125	0.9876

$$E_b[\beta \cdot \hat{g}^{\eta-\rho} \cdot \hat{g}^{\gamma-\eta} \cdot E_a(g^{-\gamma}) \cdot (1 + r_f)] = \beta \cdot \hat{g}^{\eta-\rho} \cdot E_b(\hat{g}^{\gamma-\eta}) \cdot E_a(g^{-\gamma} \cdot (1 + r_f)) = \beta \cdot \hat{g}^{\eta-\rho} E_a(g^{\gamma-\eta}) \cdot E_a(g^{-\gamma} \cdot (1 + r_f)) = \beta \cdot \hat{g}^{\eta-\rho} \cdot E_a[(g^{\gamma-\eta} \cdot g^{-\gamma}) \cdot (1 + r_f)] = \beta \cdot \hat{g}^{\eta-\rho} \cdot$$

$$E_a[g^{-\eta} \cdot (1 + r_f)] = E_a[\beta \cdot \hat{g}^{*\eta-\rho} \cdot g^{-\eta} \cdot (1 + r_f)] = 1$$

두 번째 등호는 확률분포가 동일하기 때문이고, 세 번째 등호는 독립성으로 인해 공분산이 0이기 때문이다. 또 $\hat{g}^{\eta-\rho} \equiv (E_b(\hat{g}^{1-\eta}))^{\frac{\eta-\rho}{1-\eta}} = (E_a(g^{1-\eta}))^{\frac{\eta-\rho}{1-\eta}} \equiv \hat{g}^{*\eta-\rho}$ 이다.

<표 1-9>는 식 (1-3-20)을 Kocherlakota(1996)의 방식대로 t-검정을 수행한 결과이다. 여기서도 γ 의 역할은 없고, <표 1-4>에서 γ 의 역할을 η 가 대신하는 것 외에는 <표 1-4>의 내용과 정확히 일치한다. 그러나 주식프리미엄의 경우와 마찬가지로 모호성회피는 $\eta > \gamma$ 을 의미하기 때문에, γ 값이 낮더라도 무위험이자율을 낮출 수 있다[각주 14 참조]. 예를 들어 <표 1-4>에서 $\gamma = 2$ 이고 $\rho = 1$ 일 때 t-값이 -2.8904 로 유의하지만, <표 1-8>에서는 $\gamma = 2$ 이고 $\rho = 1$ 이더라도 η 값이 4 이상이면 t-값은 유의하지 않다. η 값이 크지 않을 경우, 테일러 전개에 의해 식 (1-3-20)으로부터 식 (1-3-7)을 도출할 수 있다. 이 경우 η 의 역할은 사라진다.

<표 1-9> 한국의 무위험이자율 의문현상: 모호성회피를 반영한 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여, 식 (1-3-20)의 무위험이자율 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 γ 와 ρ 는 각각 상대적 위험회피계수와 시점간 소비대체 계수를, 그리고 η 는 모호성회피계수를 나타낸다. \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b \equiv \beta \cdot \hat{g}^{*\eta-\rho} \cdot g^{-\eta} \cdot (1+r_f) - 1$ 의 표본 평균과 표준편차이다. 여기서 $\hat{g}^* \equiv (E_a(g^{1-\eta}))^{\frac{1}{1-\eta}}$ 이다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665이다.

모든 $\gamma (>0, \text{단 } \gamma > \eta \text{인 경우 제외})$									
η	ρ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat	η	ρ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	t-stat
2	0	0.0008	0.0016	0.5060	8	0	0.0009	0.0068	0.1310
	0.125	0.0001	0.0016	0.0824		0.125	0.0002	0.0068	0.0330
	0.25	-0.0006	0.0016	-0.3414		0.25	-0.0004	0.0067	-0.0651
	0.5	-0.0019	0.0016	-1.1899		0.5	-0.0018	0.0067	-0.2615
	1	-0.0046	0.0016	-2.8904		1	-0.0044	0.0067	-0.6551
	2	-0.0101	0.0016	-6.3055		2	-0.0097	0.0067	-1.4455
4	0	0.0008	0.0033	0.2546	10	0	0.0009	0.0085	0.1069
	0.125	0.0002	0.0033	0.0494		0.125	0.0003	0.0085	0.0298
	0.25	-0.0005	0.0033	-0.1559		0.25	-0.0004	0.0085	-0.0474
	0.5	-0.0019	0.0033	-0.5670		0.5	-0.0017	0.0085	-0.2020
	1	-0.0046	0.0033	-1.3909		1	-0.0043	0.0085	-0.5118
	2	-0.0099	0.0033	-3.0454		2	-0.0095	0.0084	-1.1338
6	0	0.0009	0.0050	0.1717	20	0	0.0010	0.0172	0.0595
	0.125	0.0002	0.0050	0.0384		0.125	0.0004	0.0172	0.0235
	0.25	-0.0005	0.0050	-0.0950		0.25	-0.0002	0.0172	-0.0126
	0.5	-0.0018	0.0050	-0.3620		0.5	-0.0015	0.0172	-0.0848
	1	-0.0045	0.0050	-0.8972		1	-0.0039	0.0171	-0.2295
	2	-0.0098	0.0050	-1.9718		2	-0.0089	0.0170	-0.5199

GMM 으로 추정한 결과 역시 η 가 γ 를 대신한다는 부분을 제외하면 상대적 위험회피계수가 일정한 경우와 동일하다.

요약하면, 모호성회피란 $\eta > \gamma$ 를 의미하고, 또 이를 반영하면 일정 조건 하에서 η 가 γ 의 역할을 대신할 수 있다. 따라서 식 (1-3-16)은 식 (1-3-1)의 비기대효용함수보다 두 의문현상을 설명하는 데 더 유리한 위치를 점하게 된다. 그러나 일반적으로 인정되는 η 값을 찾아 보기 어려울 뿐 아니라, Ju and Miao 가 제시한 $\eta = 8$ 을 받아들인다고 하더라도 ‘의문현상 I’을 큰 폭으로 완화하기엔 다소 한계가 있다.

IV. 소비습관부 효용함수

식 (1-2-1)의 효용함수를 보면 매 시점의 효용은 그 시점의 소비에 의해 결정된다. 그러나 실제로는 해당 시점의 소비 외에도 여러 형태의 소비습관(consumption habit)이 소비자의 효용에 영향을 미칠 수 있다. 과거에 윤택한 생활을 하던 사람이 갑자기 소비를 줄여야 한다면 매우 고통스러울 수 있고, 또 남들 모두가 유행을 따라 좋은 옷을 입는데 자신은 그럴 여유가 없다면 이 또한 불만스러울 것이다. 이러한 소비행태를 반영한 효용함수를 소비습관부(habit formation) 효용함수라고 한다.

소비습관부 효용함수의 일반적인 형태로 다음과 같은 목적함수가 흔히 이용된다.

$$Max U_0 \equiv E \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} \cdot u(c_{\tau}, x_{\tau}) \right], \quad u(c, x) = \frac{1}{1-\gamma} [f(c, x)]^{1-\gamma} \quad \forall \tau = 0, 1, 2, \dots \quad (1-4-1)$$

식 (1-4-1)에서 각 시점에서의 효용 u 는 현재의 소비 c 와 소비습관 x 에 의해 결정된다. 그리고 u 는 c 에 대해 증가함수($\partial u / \partial c > 0$)이며, x 에 대해서는 감소함수($\partial u / \partial x < 0$)이다. 후자의 의미는, 소비습관의 수준이 높을수록 현재의 효용에는 부정적인 영향을 미친다는 것이다. 함수 $f(c, x)$ 는 각 시점의 소비와 소비습관에 의해 결정되며, 이는 소비와 소비습관의 차이를 나타내는

잉여소비(consumption surplus)로 해석될 수 있다. 결국 소비자의 효용은 잉여소비에 의해 결정된다.

잉여소비를 나타내는 함수 f 는 소비습관에 따라 다음과 같이 배수형 또는 부가형으로 구체화할 수 있다.

$$\text{배수형 소비습관: } f(c, x) = c \cdot x^{-h} \quad (1-4-2)$$

$$\text{부가형 소비습관: } f(c, x) = c - h \cdot x \quad (1-4-3)$$

여기서 h 는 소비습관의 강도를 나타내는 계수로 0 과 1 사이의 값을 갖는다($0 \leq h \leq 1$). 계수 h 가 0 이면 각 시점에서의 소비자 효용은 그 시점의 소비에 의해서만 결정된다는 의미이며, 식 (1-4-1)의 효용함수는 식 (1-2-1)의 경우와 같게 된다.

한편, 소비자 자신의 소비행태에 의해 형성되는 소비습관을 내부 소비습관(internal habit)이라고 한다. 예로서, 소비자 자신의 과거소비가 과거 또는 오늘의 소비습관을 결정하고, 오늘의 소비는 오늘 또는 내일의 소비습관을 결정하는 요인이 될 수 있다. 가장 쉽게는 오늘의 소비습관을 바로 직전의 소비수준과 같게 놓을 수 있다(즉 $x_t = c_{t-1}$).²⁰

타인의 소비로부터 발생하는 외부효과를 반영한 소비습관을 외부 소비습관(external habit)이라고 한다. Duesenberry가 제시한 ‘전시효과’가 대표적인 예이다. 즉, 소비자는 자신을 주변의 사람들과 비교하며 생활하기 때문에 타인의 소비행태를 모방한다는 것이다. 친구가 명품 브랜드를 구입하면 자신도 따라 한다거나, 본인의 소득수준이 높더라도 이웃의 소득이 더 높으면 불만스럽거나 우울함을 느끼게 되는 것 등이 예이다. Lucas 의 대표소비자 모형에서는 자신과 타인이 구별되지 않기 때문에 외부소비습관은 곧 내부소비습관이 된다. 다음에서는 외부소비습관이 한국시장에서의 두 가지 의문현상에 미치는 영향을 분석한다.

²⁰ 소득이 늘어나 소비 수준이 일단 높아지면 소득이 낮아져도 종전의 소비 수준을 줄이지 않는다는 것이다. 경기가 나빠져 소득이 줄어도 소비가 쉽사리 줄어들지 않는다면 소비 수준은 안정적으로 유지되어 경기후퇴 속도를 줄이는 효과를 가지게 되는데 Duesenberry 는 이를 ‘톱니효과(ratchet effect)’ 또는 ‘관성효과’라고 하였다.

1. 배수형 외부 소비습관

식 (1-4-1)의 효용함수 하에서 자신이 아닌 타인의 소비행태가 소비자의 소비습관을 결정할 경우, 가격결정커널은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M = \beta \times \left(\frac{f(c_{t+1}, x_{t+1})}{f(c_t, x_t)} \right)^{-\gamma} \times \frac{\partial f(c_{t+1}, x_{t+1}) / \partial c_{t+1}}{\partial f(c_t, x_t) / \partial c_t} \quad (1-4-4)$$

우선 외부 소비습관이 배수형, 즉 식 (1-4-2)와 같은 경우를 고려해 보자. Gali(1994)는 소비자의 현재 소비습관을 결정하는 요인으로 동시대를 사는 사람들의 현재 일인당 평균소비를 선택하였다. 이는 소비자가 타인들의 소비행태를 시차를 두지 않고 모방한다는 것인데 Gali는 이러한 현상을 ‘이웃과 보조 맞추기(keeping up with the Joneses)’라고 하였다.²¹ 한편 Abel(1990)은 소비습관을 결정하는 요인으로 동시대 소비자들의 직전 연도의 일인당 평균소비를 선택하였는데, 시차를 두고 타인의 소비행태를 모방한다는 의미에서 이를 ‘이웃 따라잡기(catching up with the Joneses)’라고 표현하였다. Gali와 Abel의 모형에서 소비습관은 다음과 같은 식으로 나타내 질 수 있다.

$$\text{이웃과 보조 맞추기: } x_t = \bar{c}_t \quad (1-4-5)$$

$$\text{이웃 따라잡기: } x_t = \bar{c}_{t-1} \quad (1-4-6)$$

여기서 \bar{c} 는 교환경제에서의 총소비를 소비자수로 나눈 일인당 평균소비를 나타낸다. 각각의 경우 식 (1-4-2)의 잉여소비함수를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\text{이웃과 보조 맞추기: } f(c_t, x_t) = c_t \cdot x_t^{-h} = c_t \cdot (\bar{c}_t)^{-h} \quad (1-4-7)$$

$$\text{이웃 따라잡기: } f(c_t, x_t) = c_t \cdot x_t^{-h} = c_t \cdot (\bar{c}_{t-1})^{-h} \quad (1-4-8)$$

²¹ Joneses는 이웃사람 또는 동료라는 뜻으로 사용되는 단어이며 ‘keeping up with the Joneses’는 이웃을 따라 행동한다는 속어로서 Duesenberry의 전시효과를 의미한다.

식 (1-4-7)과 식 (1-4-8) 각각을 식 (1-4-4)에 대입하면 다음과 같은 가격결정커널을 얻을 수 있다.

$$\text{이웃과 보조 맞추기: } M = \beta \times \left(\frac{c_{\tau+1}}{c_{\tau}} \right)^{-\gamma} \times \left(\frac{(\bar{c}_{\tau+1})^{-h}}{(\bar{c}_{\tau})^{-h}} \right)^{1-\gamma} \quad (1-4-9)$$

$$\text{이웃 따라잡기: } M = \beta \times \left(\frac{c_{\tau+1}}{c_{\tau}} \right)^{-\gamma} \times \left(\frac{(\bar{c}_{\tau})^{-h}}{(\bar{c}_{\tau-1})^{-h}} \right)^{1-\gamma} \quad (1-4-10)$$

Lucas의 순수교환경제 하에서 대표소비자의 소비와 일인당 소비, 그리고 일인당 생산량은 같기 때문에($c_{\tau} = \bar{c}_{\tau} = y_{\tau}, \forall \tau$) 다음의 관계가 성립한다.

$$c_{\tau+1}/c_{\tau} = \bar{c}_{\tau+1}/\bar{c}_{\tau} = y_{\tau+1}/y_{\tau} = g_{\tau+1}, \quad \forall \tau \quad (1-4-11)$$

식 (1-4-11)를 식 (1-4-9)와 식 (1-4-10)에 대입하면 가격결정커널은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\text{이웃과 보조 맞추기: } M = \beta \cdot g_{\tau+1}^{-\gamma} \cdot g_{\tau+1}^{(\gamma-1)h} \quad (1-4-12)$$

$$\text{이웃 따라잡기: } M = \beta \cdot g_{\tau+1}^{-\gamma} \cdot g_{\tau}^{(\gamma-1)h} \quad (1-4-13)$$

<표 1-10>은 식 (1-4-12)를 식 (1-2-3)에 대입한 후 Kocherlakota(1996)의 방식대로 t -검정을 수행한 결과이다. <표 1-2>의 결과와 비교하면, 소비습관의 강도가 낮을 경우($h = 0.5$) t -값은 소폭 높아지는 것을 볼 수 있다. 또 소비습관의 강도가 최대일 경우($h = 1$) 모든 위험회피계수 하에서의 결과가 $\gamma = 1$ (로그함수)에서의 결과와 일치하는 것을 볼 수 있다. 소비습관의 강도에 관계없이 적절한 수준의 위험회피계수 하에서 t -값을 낮추지 못한다는 점에서 ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수는 ‘의문현상 Γ ’을 완화하는 데 전혀 도움이 되지 않는다.

<표 1-10> 한국의 주식프리미엄 의문현상: ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-2-2)에 식 (1-4-13)을 대입한 식, 즉 Gali(1994) 모형에서의 주식프리미엄 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 h 와 γ 는 각각 소비습관의 강도와 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^s 와 $\hat{\sigma}(x^s)$ 는 각각 $x^s \left[\equiv g_{\tau+1}^{-\gamma} \cdot g_{\tau+1}^{(\gamma-1)h} \cdot (r_s - r_f) \right]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665이다.

h	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t-stat$	h	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t-stat$
0.5	2	0.0174	0.0145	1.2009	1.0	2	0.0175	0.0145	1.2065
	4	0.0171	0.0143	1.1897		4	0.0175	0.0145	1.2065
	6	0.0167	0.0142	1.1784		6	0.0175	0.0145	1.2065
	8	0.0164	0.0141	1.1671		8	0.0175	0.0145	1.2065
	10	0.0161	0.0140	1.1557		10	0.0175	0.0145	1.2065
	20	0.0147	0.0134	1.0982		20	0.0175	0.0145	1.2065

<표 1-11>은 식 (1-4-12)를 식 (1-2-4)에 대입한 후 Kocherlakota(1996)의 방식대로 t-검정을 수행한 결과이다. <표 1-3>의 결과와 비교하면, $h = 0.5$ 일 경우 t-값은 γ 값에 따라 소폭 낮거나 높아지지만 유의함에는 변화가 없다. 또 $h = 1$ 일 경우 모든 γ 값에 대해 $\gamma = 1$ 인 경우의 결과와 같게 되는데, 그 이유는 다음과 같다. 식 (1-4-12)의 양변에 자연로그를 취하고 $h = 1$ 의 값을 대입한 후 식 (1-2-4)을 이용하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\ln(1 + r_f) = [E(g) - 1] - \ln \beta \quad (1-4-14)$$

식 (1-4-14)의 우변은 γ 값과 무관하게 결정되고 또 이는 식 (1-2-10)에서 $\gamma = 1$ 인 경우, 즉 효용함수가 로그함수 $u(c) = \ln c$ 인 경우와 일치한다. 이 경우에도 t-값이 -5.3696으로서 그 절대값은 여전히 매우 높다.

요약하면, ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수는 위험회피계수를 1로 낮추는 효과 때문에 식 (1-2-12)에서 생성된 무위험이자율 3.05%를 약 0.80% 수준으로 줄일 수 있어 ‘의문현상 II’를 완화하는 데 다소 도움이 될 수 있다. 그러나 식 (1-2-11)에서 $\gamma = 5$ 대신 $\gamma = 1$ 의 값을 대입하면 고작 0.026%의 주식프리미엄이 생성되어 ‘의문현상 I’을 오히려 증폭시키는 결과를 가져온다. 결국 ‘이웃과 보조 맞추기’

효용함수가 두 의문현상을 동시에 설명하기란 불가능하다는 결론을 내릴 수 있다.²²

<표 1-11> 한국의 무위험이자율 의문현상: ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-2-3)에 식 (1-4-13)을 대입한 식, 즉 Gali(1994) 모형에서의 무위험이자율 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 h 와 γ 는 각각 소비습관의 강도와 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b \left[\equiv \beta g_{\tau+1}^{-\gamma} \cdot g_{\tau+1}^{(\gamma-1)h} \cdot (1+r_f) - 1 \right]$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t값은 1.665이다.

h	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	$t\text{-stat}$	h	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	$t\text{-stat}$
0.5	2	-0.0074	0.0012	-6.0893	1.0	2	-0.0047	0.0009	-5.3696
	4	-0.0127	0.0020	-6.3736		4	-0.0047	0.0009	-5.3696
	6	-0.0180	0.0028	-6.3903		6	-0.0047	0.0009	-5.3696
	8	-0.0232	0.0036	-6.3691		8	-0.0047	0.0009	-5.3696
	10	-0.0283	0.0045	-6.3419		10	-0.0047	0.0009	-5.3696
20	-0.0525	0.0085	-6.2172		20	-0.0047	0.0009	-5.3696	

<표 1-12>는 식 (1-4-13)를 식 (2-3)에 대입한 후 Kocherlakota(1996)의 방식대로 t-검정을 수행한 결과이다. <표 1-2>의 결과와 비교하면, 모든 γ 값에서 t값이 소폭 감소하며, 소비습관의 강도가 최대일 때($h = 1.0$) 감소폭이 조금 더 크지만 별 차이가 없다. 따라서 ‘이웃 따라잡기’ 효용함수는 ‘의문현상 I’을 완화하는 데 약간의 도움이 될 수 있으나 그 유용성은 크지 않다.

<표 1-13>은 식 (1-4-13)를 식 (1-2-4)에 대입한 후 Kocherlakota(1996)의 방식대로 t-검정을 수행한 결과이다. <표 1-3>의 결과와 비교하면, t값의 절대값이 전반적으로 감소하며, 소비습관의 강도가 높을 때($h = 1$) 감소폭이 크게 나타난다. 그리고 $h = 1$ 이고 γ 가 2-10 범위에서, γ 값이 증가함에 따라 t값의 절대값이 빠른 속도로 떨어지는 현상을 발견할 수 있다. 예로서 γ 값이 6 일 경우 <표 1-3>에서 t값이 -6.3282 인데 비해 <표 1-13>에서는 -0.6571 에 불과하다. 이러한 결과는 ‘이웃 따라잡기’ 효용함수가 ‘의문현상 II’를 큰 폭으로 해소할 가능성을 시사한다.

²² ‘이웃과 보조 맞추기’ 효용함수는 두 의문현상을 가장 잘 해소할 수 있는 조건 하에서 로그효용함수가 되기 때문에 GMM을 통한 분석이 불가능하다.

<표 1-12> 한국의 주식프리미엄 의문현상: ‘이웃 따라잡기’ 효용함수

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-2-2)에 식 (1-4-14)를 대입한 식, 즉 Abel(1990) 모형에서의 주식프리미엄 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 h 와 γ 는 각각 소비습관의 강도와 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^s 와 $\hat{\sigma}(x^s)$ 는 각각 $x^s \equiv g_{\tau+1}^{-\gamma} g_{\tau}^{(\gamma-1)h} \cdot (r_s - r_f)$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t값은 1.665이다.

h	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t-stat$	h	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t-stat$
0.5	2	0.0173	0.0145	1.1949	1.0	2	0.0174	0.0146	1.1946
	4	0.0168	0.0144	1.1715		4	0.0171	0.0146	1.1702
	6	0.0164	0.0143	1.1476		6	0.0168	0.0147	1.1453
	8	0.0159	0.0142	1.1233		8	0.0165	0.0147	1.1199
	10	0.0155	0.0141	1.0986		10	0.0162	0.0148	1.0939
	20	0.0133	0.0138	0.9705		20	0.0148	0.0154	0.9595

<표 1-13> 한국의 무위험이자율 의문현상: ‘이웃 따라잡기’ 효용함수

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-2-3)에 식 (1-4-14)를 대입한 식, 즉 Abel(1990) 모형에서의 무위험이자율 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 h 와 γ 는 각각 소비습관의 강도와 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b \equiv \beta g_{\tau+1}^{-\gamma} \cdot g_{\tau}^{(\gamma-1)h} \cdot (1 + r_f) - 1$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t값은 1.665이다.

h	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	$t-stat$	h	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	$t-stat$
0.5	2	-0.0074	0.0015	-4.7668	1.0	2	-0.0046	0.0016	-2.8762
	4	-0.0125	0.0031	-4.0059		4	-0.0043	0.0035	-1.2143
	6	-0.0175	0.0048	-3.6749		6	-0.0036	0.0055	-0.6571
	8	-0.0222	0.0064	-3.4767		8	-0.0027	0.0076	-0.3538
	10	-0.0267	0.0080	-3.3335		10	-0.0014	0.0096	-0.1456
	20	-0.0456	0.0160	-2.8617		20	0.0097	0.0199	0.4888

‘이웃 따라잡기’ 효용함수가 ‘의문현상 II’를 잘 설명할 수 있는 것은 다음과 같은 사실에 기인한다. 식 (1-4-13)의 양변에 자연로그를 취한 후 테일러 전개와 식 (1-2-4)의 관계를 이용하면 다음과 같은 (조건부)무위험이자율의 결정식을 얻는다.

$$\ln(1 + r_f) \approx \gamma \cdot [E(g_{\tau+1}) - 1] - \underbrace{[\ln\beta - h(1 - \gamma)(g_{\tau} - 1)]}_{\ln\beta^*} \quad (1-4-15)$$

여기서 $\ln\beta - h(1 - \gamma)(g_{\tau} - 1) \equiv \ln\beta^*$ 라고 정의하면 식 (1-4-15)은 식 (1-2-10)에서 무위험이자율을 계산할 때 $\ln\beta$ 대신 $\ln\beta^*$ 를 대입한 것이다. 위험회피계수가 1 보다 크고 $h > 0$ 이라는 가정 하에 $\ln\beta^*$ 는 $\ln\beta$ 보다 크고, 그 차이는 소비습관의 강도가 셀수록 즉 h 가 1 에 근접할수록 더 커지는 것을 쉽게 파악할 수 있다. 결과로 적절한 수준의 위험회피계수 하에서 주식프리미엄에 별 영향을 미치지 않으면서 식 (1-2-10)의 무위험이자율을 낮추는 효과를 가져온다. 예를 들어, $\beta = 0.9975$, $\gamma = 5$, $h = 1$, $g_{\tau} = 1.0060$ 의 값을 대입하면, $\ln\beta^* = 0.0215$ 의 값을 얻게 되는데, 이때 식 (1-2-12)의 무위험이자율은 약 0.60%로 이전의 3.05%보다 크게 낮은 값이 생성된다.

한편, $\beta = 0.9975$, $\gamma = 5$, $h = 1$ 일 때, 식 (1-2-4)을 이용해 정확히 계산한 무위험이자율은 약 0.73%로서 과거평균 0.33%에 근접한 결과를 보였으며, 대략 11-12 의 γ 값에서 과거평균을 생성해 낼 수 있었다. 무조건부 무위험이자율도 낮아지는 근본적 이유는 소비습관의 설정이 매 기간 효용의 할인요소 β 를 크게 증가시키는 효과로 작용하기 때문이라고 할 수 있다.

GMM 으로 추정 한 주식프리미엄의 가격결정식을 만족하는 γ 는 약 98.8233 으로 매우 크게 나타나 시간부가적 효용함수에 비해 오히려 ‘의문현상 I’을 악화시킨다. 이는 Mehra and Prescott(1985)의 캘리브레이션 방식으로 계산한 주식프리미엄이 0.0087%에 불과하다는 결과와 질적으로 동일이다. 반면, 무위험이자율의 가격결정식을 만족하는 γ 는 약 11.7733 으로 기본모형에 비해 ‘의문현상 II’를 개선할 수 있다.

결국 ‘이웃 따라잡기’ 효용함수는 적절하게 높은 위험회피계수 하에서 무위험이자율을 상당 폭으로 낮출 수 있어 의문현상 II를 해소하는 데에는 상당히 효과적이지만, 의문현상 I에 관한 한 별 도움이 되지 않는다는 결론을 내릴 수 있다.

2. 부가형 외부 소비습관

외부소비습관이 부가형 즉 식 (1-4-3)과 같은 경우를 고려해 보자. 식 (1-4-3)에서 필요한 한 가지 가정은 $c_t > h \cdot x_t$ 이다. 그렇지 않을 경우 잉여소비 f 가 음(-)이 되어 식 (1-4-1)의 효용함수가 바람직하지 못한 형태가 되기 때문이다. 소비습관이 부가형일 경우 $\partial f / \partial c = 1$ 이기 때문에 가격결정커널을 나타내는 식 (1-4-4)는 다음과 같이 한층 간단해 진다.

$$M = \beta \times \left(\frac{f(c_{t+1}, x_{t+1})}{f(c_t, x_t)} \right)^{-\gamma} \quad (1-4-16)$$

소비습관을 결정하는 요인이 직전 연도의 일인당 소비 즉 $x_t = \bar{c}_{t-1}$ 이라는 전제 하에 잉여소비 함수 f 는 다음과 같이 쓰여진다.

$$f(c_t, x_t) = c_t - h \cdot x_t = c_t - h \cdot \bar{c}_{t-1}, \quad \forall t \left(\text{단, } c_t > h \cdot \bar{c}_{t-1} \right) \quad (1-4-17)$$

Campbell and Cochrane(1999)은 소비습관을 식 (1-4-17)에서와 같이 설정하면서 잉여소비비율(consumption surplus ratio)을 다음과 같이 정의하였다.

$$\psi_t = \frac{c_t - h \cdot \bar{c}_{t-1}}{c_t}, \quad \forall t \quad (1-4-18)$$

잉여소비비율을 이용하면 식 (1-4-17)은 다음과 같이 다시 쓰여질 수 있다.

$$f(c_t, x_t) = \psi_t \cdot c_t \quad (1-4-19)$$

식 (1-4-19)를 식 (1-4-16)에 대입하면 다음과 같은 가격결정커널을 얻는다.

$$M = \beta \cdot \left(\frac{\psi_{t+1} \cdot c_{t+1}}{\psi_t \cdot c_t} \right)^{-\gamma} \quad (1-4-20)$$

그리고 식 (1-4-11)의 관계를 이용하면 잉여소비비율과 소비성장률은 다음의 관계를 갖게 된다.

$$\psi_{\tau+1} = \frac{\bar{c}_{\tau+1} - h \cdot \bar{c}_{\tau}}{\bar{c}_{\tau+1}} = 1 - \frac{h}{g_{\tau+1}} \quad (1-4-21)$$

식 (1-4-21)를 식 (1-4-20)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 형태의 가격결정커널을 얻는다.

$$M = \beta \cdot \left(\frac{\psi_{\tau+1} \bar{c}_{\tau+1}}{\psi_{\tau} \bar{c}_{\tau}} \right)^{-\gamma} = \beta \cdot g_{\tau}^{-\gamma} \cdot \underbrace{\left(\frac{g_{\tau+1} - h}{g_{\tau} - h} \right)^{-\gamma}}_{g^g} = \beta \cdot \underbrace{\left(g_{\tau} \cdot \left(\frac{g_{\tau+1} - h}{g_{\tau} - h} \right) \right)^{-\gamma}}_{g^{gg}} \quad (1-4-22)$$

식 (1-4-22) 우변의 두 번째 항에서 괄호 안의 항은 소비습관의 강도 h 가 1 에 가까울 때 어림잡아 $g^g \approx (g_{\tau+1} - 1)/(g_{\tau} - 1)$ 가 되는데, 이 때 g^g 는 ‘소비성장률의 성장률’을 나타낸다. 일반적으로 ‘소비성장률의 성장률(g^g)’은 ‘소비성장률(g)’보다 변동성이 매우 높게 나타난다.

<표 1-14>는 식 (1-2-3)에 식 (1-4-22)을 대입한 후 Kocherlakota(1996)의 방식을 따라 t-검정을 수행한 결과이다. <표 1-2>의 결과와 비교하면, 모든 γ 에 대해 t-값은 감소하는 데 소비습관의 강도 h 가 0.77 일 때는 더 큰 차이를 보인다.²³ 이는 ‘부가형 외부 소비습관’을 반영한 효용함수 하에서 생성된 주식프리미엄이 식 (1-2-11)의 0.13%보다 크다는 것을 시사한다. 그러나 γ 값이 커져도 t-값이 떨어지는 속도가 빠르지 않고 또 t-값을 0 으로 만드는 γ 값이 20 이상이라고 추정할 수 있어, ‘의문현상 I’이 완벽하게 해소되기는 어렵다고 예상할 수 있다.

<표 1-15>는 식 (1-4-22)을 식 (1-2-4)에 대입한 후 Kocherlakota(1996)의 방식대로 t-검정을 수행한 결과이다. <표 1-3>의 결과와 비교하면, t-값의 절대값이 작아진다. 소비습관의 강도 h 가 0.77 일 때는 t-값이 유의하지 않고, 또 γ 값이 10 이상에서는 그 값이 양(+)으로 바뀐다. 양(+)의 t-값은 현실의 무위험이자율이 이론적인 수준보다 높다는 것을 의미한다. 그리고 t-값을 0 으로 만드는 γ 값이 8 에서 10 사이에 존재한다고 추정할 수 있다. 이는 ‘부가형 외부 소비습관부’ 효용함수가 기본모형에서보다 훨씬 높은 γ 값 범위에서 ‘의문현상 II’를 해소할 수 있다는 것을 의미하기 때문에 상당히 고무적인 결과라고 할 수 있다.

²³ $h = 0.77$ 을 선택한 이유는 이후에 설명한다.

‘부가형 외부 소비습관부’ 효용함수가 두 의문현상을 부분적으로나마 동시에 완화할 수 있는 이유를 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다. 식 (1-4-22)를 이용하여 주식프리미엄의 이론값을 구하려면 식 (1-2-5)의 g 대신 g^{gg} 를 대입한 후 이를 식 (1-2-8)에 다시 대입하면 된다.²⁴ 조건 $c_t > h \cdot x_t$ 를 만족시키는 범위 내에서 h 가 큰 값을 가질수록 g^g 의 변동성이 커지고, 또 g^{gg} 의 변동성도 증가한다. 이는 다시 가격결정커널 M 의 변동성을 크게 하여 적절한 수준의 위험회피계수 하에서도 높은 값의 주식프리미엄을 생성해 낼 수 있게 한다. 한편, 자료 상의 계산결과를 보면, h 가 커질수록 가격결정커널 M 의 평균도 높아진다. 이는 식 (1-2-4)에 의해 무위험이자율을 떨어뜨릴 수 있어 ‘의문현상 II’를 해소하는 데 도움이 될 수 있다.

그러나 한 가지 문제는 h 가 아주 크면 M 의 평균도 1 이상으로 증가해 무위험이자율을 음(-)으로 만든다는 점이다. <표 1-14>와 <표 1-15>에서 $h = 0.77$ 로 선택한 것은, 조건 $c_t > h \cdot x_t$ 를 만족시키면서 가능한 한 높은 값을 가지되 음(-)의 무위험이자율을 배제하는 h 를 찾은 결과이다.

구체적으로 표본기간 동안의 한국 자료를 이용하여 계산한 결과는 다음과 같다. 우선 $h = 0.77$ 일 때 $\sigma_{g^g} = 0.0385$ 그리고 $\sigma_{g^{gg}} = 0.0347$ 을 얻는다. 변동성이 소비성장률의 표준편차 0.0077보다 약 5배 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 그리고 $\beta = 0.9975$ 이고 $\gamma = 5$ 일 때 가격결정커널 M 의 변동성은 $\sigma_M = 0.1693$ 에 달하고, 기댓값은 $E(M) = 0.9844$, 주식수익률과의 공분산은 $\sigma_{M,S} = -0.0040$ 으로 계산된다. 해당 수치들을 식 (1-2-8)과 식 (1-2-4)에 대입하면 약 0.41%의 주식프리미엄과 약 1.58%의 무위험이자율을 얻는다. 이는 각각 식 (1-2-11)의 0.13%보다 높고 또 식 (1-2-12)의 3.05%보다 낮은 결과이다. 그리고 γ 값을 높일수록 주식프리미엄은 더 커지고 무위험이자율은 더 작아진다.

<표 1-16>은 $h = 0.77$ 일 때 γ 값에 따라 변화하는 주식프리미엄과 무위험이자율을 계산한 결과이다. γ 가 9에서 10 사이일 때 과거 평균 0.33%의 무위험이자율이 생성될 수 있고, 이때 주식프리미엄은 기본모형이 산출해 낸 0.13%보다 약 6배 정도 높은 것을 볼 수 있다. γ 값이 10 이상일 때 무위험이자율의 이론값이 실제값 0.33%보다 낮게 나타나는 것은 <표 1-15>에서 t 값이 양(+)으로 나타나는 것과 일관된 현상이다. 요약하면 ‘부가형 외부 소비습관부’ 효용함수는 적절한 수준의 위험회피계수 하에서 두 의문현상을 동시에 완화할 수 있다.

²⁴ 이 경우 식 (1-2-9)와 같은 근사값을 이용할 수 없는 이유는 자료 상 1을 크게 벗어나는 g^{gg} 의 값이 많기 때문이다.

GMM 으로 추정 한 주식프리미엄의 가격결정식을 만족하는 γ 는 약 11.6456 이고, 무위험이자율의 가격결정식을 만족하는 γ 는 약 6.0132 로 두 의문현상을 모두 완화시킨다. 두 가격결정식을 동시에 만족시키는 γ 가 일반적으로 받아들여지는 범위를 크게 벗어나지 않는다는 점에서 고무적이라고 평가할 수 있다.

<표 1-14> 한국의 주식프리미엄 의문현상: 부가형 외부 소비습관의 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여, 식 (1-2-2)에 식 (1-4-23)을 대입한 주식프리미엄 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 h 와 γ 는 각각 소비습관의 강도와 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^s 와 $\hat{\sigma}(x^s)$ 는 각각 $x^s \equiv g_t^{-\gamma} \left(\frac{g_{t+1}-h}{g_t-h} \right)^{-\gamma} \cdot (r_s - r_f)$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665 이다.

h	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t\text{-stat}$	h	γ	\bar{x}^s	$\hat{\sigma}(x^s)$	$t\text{-stat}$
0.5	2	0.0169	0.0144	1.1713	0.77	2	0.0162	0.0146	1.1136
	4	0.0160	0.0142	1.1232		4	0.0147	0.0146	1.0014
	6	0.0151	0.0141	1.0737		6	0.0131	0.0149	0.8842
	8	0.0142	0.0139	1.0228		8	0.0116	0.0152	0.7645
	10	0.0134	0.0138	0.9709		10	0.0101	0.0157	0.6442
	20	0.0096	0.0137	0.7026		20	0.0014	0.0208	0.0690

<표 1-15> 한국의 무위험이자율 의문현상: 부가형 외부 소비습관의 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여, 식 (1-2-3)에 식 (1-4-23)을 대입한 무위험이자율 결정식의 가설검정을 위한 계산 결과이다. 아래에서 h 와 γ 는 각각 소비습관의 강도와 상대적 위험회피계수를 나타내며, \bar{x}^b 와 $\hat{\sigma}(x^b)$ 는 각각 $x^b \equiv \beta g_t^{-\gamma} \left(\frac{g_{t+1}-h}{g_t-h} \right)^{-\gamma} \cdot (1 + r_f) - 1$ 의 표본 평균과 표준편차를 나타낸다. $\beta = 0.9975$ 이고, 표본수는 76이며, 유의수준 5%에서의 t-값은 1.665 이다.

h	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	$t\text{-stat}$	h	γ	\bar{x}^b	$\hat{\sigma}(x^b)$	$t\text{-stat}$
0.5	2	-0.0098	0.0032	-3.0710	0.77	2	-0.0081	0.0077	-1.0480
	4	-0.0195	0.0064	-3.0222		4	-0.0122	0.0154	-0.7935
	6	-0.0282	0.0097	-2.9199		6	-0.0118	0.0232	-0.5099
	8	-0.0361	0.0129	-2.8064		8	-0.0069	0.0312	-0.2212
	10	-0.0430	0.0160	-2.6874		10	0.0026	0.0395	0.0655
	20	-0.0652	0.0318	-2.0508		20	0.1227	0.0922	1.3308

<표 1-16> 주식프리미엄과 무위험이자율의 이론값: 부가형 외부 소비습관의 경우

한국의 소비성장률과 주식수익률 자료를 이용하여 식 (1-4-23)의 가격결정커널의 표본 평균, 표준편차, 주식수익률과의 공분산을 추정한 수, 식 (1-2-8)과 식 (1-2-3)에 의해 주식프리미엄과 무위험이자율을 계산해 낸 결과이다.

γ	$r_s - r_f$	r_f	γ	$r_s - r_f$	r_f
2	0.1630%	1.1351%	7	0.5793%	1.3001%
3	0.2450%	1.4024%	8	0.6650%	0.9850%
4	0.3275%	1.5524%	9	0.7517%	0.5570%
5	0.4107%	1.5849%	10	0.8396%	0.0183%
6	0.4946%	1.5006%	11	0.9287%	-0.6286%

V. 요약 및 결론

Mehra and Prescott(1985)와 Weil(1989)이 Lucas(1978)의 일반균형 가격결정모형의 현실설명력에 대해 제기한 의문은 두 가지 현상으로 압축된다. 과거 통계치에 비해 모형이 산출해 낸 주식프리미엄은 너무 작고(‘의문현상 I’), 또 무위험이자율은 너무 크다(‘의문현상 II’)는 것이다. 이 연구는 한국시장에서 외환위기 이전에 소비성장률과 주식수익률 사이의 상관관계가 음(-)의 값을 가진다는 것을 확인하고, 두 의문현상을 외환위기 이후의 자료를 이용하여 재검토하였다. 표본의 자료수를 늘리기 위해 분기 자료를 이용하였고, 앞의 연구에서 사용한 시간부가적 기대효용함수와 Epstein and Zin(1989)의 비기대효용함수에 다섯 가지 다른 종류의 효용함수를 추가하여 새로이 분석을 시도하였다. 연구방법으로는 Mehra and Prescott(1985)의 주식수익률의 이론값을 과거평균과 비교하는 캘리브레이션 방식과 Kocherlakota(1996)를 따라 가격결정식의 t-검정을 하는 방식, 그리고 GMM으로 추정된 위험회피계수 등 주요변수의 값을 일반적으로 받아들여지는 값과 비교하는 방식을 병행하여, 그 일관성을 확인하였다.

연구결과는 다음과 같다. 시간부가적 효용함수 하에서 ‘의문현상 I’이 과거보다 훨씬 뚜렷해졌고, ‘의문현상 II’도 심화되었다. 이는 시간부가적 효용함수 하에서 주식프리미엄과 무위험이자율의 가격결정식을 동시에 만족시키는 위험회피계수가 존재하지 않는다는 것을 의미한다.

비기대효용함수는 (i) 상대적 위험회피계수가 일정한 경우 ‘의문현상 I’을 설명하는 데 도움이 되지 않는다. 주식프리미엄이 시점간 소비대체 계수와 무관하게 결정되어 시간부가적 기대효용에서의 경우와 같기 때문이다. 그러나 시점간 소비대체 계수의 크기에 따라 ‘의문현상 II’를 크게 완화할 수 있다. 한국의 자료로 추정한 소비대체 계수의 범위(0.252-0.887)에서 과거 평균에 근접한 무위험이자율을 산출할 수 있기 때문이다. (ii) 절대적 위험회피계수가 일정한 경우 의문현상 II 만이 아니라 의문현상 I도 큰 폭으로 해소할 수 있는 잠재력을 가진다. 상대적 위험회피계수가 소비수준에 따라 증가하므로 (i)의 경우보다 훨씬 더 큰 값을 가질 수 있기 때문이다. (iii) 모호성회피를 반영할 경우 실질적으로 위험회피성향을 증가시키는 효과 때문에 (i)의 경우보다 전반적으로 더 유용하지만, ‘의문현상 I’에 관한 한 그 유용성은 제한적이다.

외부 소비습관을 반영한 소비습관부(habit formation) 효용함수는 (i) 배수형 소비습관을 일인당 현재소비와 함께 놓을 경우 무위험이자율을 약 1/4 수준으로 낮추는 효과가 있어 ‘의문현상 II’를 부분적으로 해소할 수 있다. 가격결정커널이 위험회피계수가 1 인 시간부가적 기대효용 하에서의 결과와 일치하기 때문인데, 이로 인해 ‘의문현상 I’은 오히려 악화된다. (ii) 일인당 과거소비를 배수형 소비습관으로 설정한 경우 ‘의문현상 I’의 해소에 별 도움이 되지 않으나, 의문현상 II 를 설명하는 데 상당히 효과적이다. 시간부가적 기대효용과 비교할 때 효용의 할인요소(β)를 크게 하는 효과가 있어 무위험이자율이 상당폭 낮아지기 때문이다. (iii) 부가형 소비습관을 일인당 과거소비와 함께 할 경우 두 의문현상을 동시에 완화할 수 있다. 소비습관의 강도가 커지면 가격결정커널의 변동성을 증가시켜 주식프리미엄을 크게 하면서, 가격결정커널의 평균도 증가시켜 이자율을 감소시키는 효과가 있기 때문이다. 그러나 소비습관의 강도가 올라갈수록 그 효과가 민감하여 무위험이자율이 쉽게 음(-)이 되기 때문에 두 의문현상을 동시에 완벽하게 해소하기엔 역부족인 것으로 보인다. 이러한 결과는 세 가지 방법으로 분석결과를 달리 해도 질적으로 다르지 않다.

이상의 내용을 종합하면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 시간부가적 기대효용함수를 제외한 여섯 종류의 효용함수 모두가 무위험이자율에 대한 의문현상을 적어도 부분적으로 완화할 수 있는 채널이 있다. 그러나 주식프리미엄 의문현상도 동시에 완화할 수 있는 효용함수로는 절대적 위험회피성향이 일정한 비기대 효용함수, 모호성회피를 반영한 비기대효용함수, 그리고 부가형 외부

소비습관부 효용함수를 들 수 있다. 이 중, 절대적 위험회피성향이 일정한 비기대 효용함수가 현실의 주식프리미엄을 가장 잘 설명할 수 있는 잠재력을 보이고 있으나, 그 설명력은 여전히 제한적이라고 할 수 있다. 이러한 분석결과는 모두 소비기간이나 소비과정 등을 단순화한 가정 하에 도출된 것이기 때문에, 앞으로 이러한 가정을 일반화하면서 효용함수에 초점을 둔 세분화된 연구가 필요하다고 생각된다. 지속적이고 성공적인 후속 연구를 기대한다.

부록. 한국의 자료를 이용한 시점간 소비대체 계수의 추정

시점간 소비대체 계수(intertemporal substitution parameter: ρ)는 소비자의 시점간 소비배분에 대한 취향을 나타내는 것으로 시점간 불균등 소비배분에 대한 회피성향을 의미한다. 흔히 시점간 소비대체 탄력성(elasticity of intertemporal substitution: EIS)의 역수($\rho = 1/\text{EIS}$)로 측정한다. EIS는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{EIS} \equiv \frac{d\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)/\frac{c_{t+1}}{c_t}}{\frac{dr}{1+r}} = \frac{d \ln\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)}{d \ln(1+r)} = \frac{d \ln(1+g)}{d \ln(1+r)} \quad (\text{A-1})$$

여기서 c, r, g 는 각각 소비, 이자율, 그리고 소비성장률을 나타낸다. 식 (A-1)은 이자율 변화에 대한 시점 간 소비배분의 변화를 나타내는 것으로 시점간 불균등 소비배분에 대한 회피성향이 강할수록(ρ 가 클수록) 그 변화분이 작다는 것을 의미한다.

현실적으로 ρ 값이 어느 정도인가에 대해서는 상당한 논란이 존재한다. Arrow(1971)는 이론적으로 그 값이 1에 가까워야 한다고 주장한다. 그러나 실증연구의 결과로 1보다 훨씬 큰 값을 보고하는 연구가 많다[(Hall(1988), Lucas(1990), Mehra and Prescott(2003), Kydland and Prescott(1982), Campbell(1999) 등 참조]. 이에 대해 Campbell and Mankiw(1989)는 유동성제약 때문에 발생한 결과라고 주장하였고, Attanasio and Weber(1989) 등은 영국의 가족지출설문(family expenditure survey)을 cohort 방식으로 분석하여 약 1.25 수준의 값을 얻지만 여전히 1을 초과하는 수준이다. Vissing-Jørgensen(2002), Guvenen(2006) 등은 미국의 PSID(panel study of income dynamics) 설문자료를 분석하여 주식보유자, 또는 부유한 경제주체의 ρ 값이 낮다는 것을 밝혔다.

한편, Hansen and Singleton(1982), Attanasio and Weber (1989) 등 다수의 연구는 ρ 값이 2/3보다 작다는 연구결과를 보였다. Bansal and Yaron(2004) 등도 실증적으로 ρ 값이 1보다 클 경우 현실설명력이 상당히 떨어지기 때문에, 그 값이 대략 2/3 수준이라고 주장하였다.

시점간 소비대체 계수 ρ 는 식 (A2-1)의 관계를 이용한 회귀분석에 의해 추정할 수 있는데, Yogo(2004) 등에 따르면 방법에 따라 정반대의 결과가 나온다. 즉,

무위험이자율을 종속변수로 하는 다음과 같은 회귀식에서 기울기는 ρ 의 추정치를 나타낸다.

$$\ln(1 + r_{f,t}) = a + b \cdot \ln(1 + g_t) + \varepsilon_t \quad (\text{A-2})$$

위와 같은 회귀분석의 결과는 기울기 b 가 1 보다 작은 값을 가진다는 것이다. 반면, 소비성장률을 종속변수로 하는 다음과 같은 회귀식에서 기울기는 EIS의 추정치를 나타낸다.

$$\ln(1 + g_t) = a + b \cdot \ln(1 + r_{f,t}) + \varepsilon_t \quad (\text{A-3})$$

식 (A-3)에서 EIS를 의미하는 기울기 b 역시 1 보다 작은 값을 가지는 것으로 나타난다. 이러한 모순된 결과는 내생성(endogeneity)이 원인이 될 수 있는데, 만약 내생성이 존재하지 않는다면 이들은 정확히 서로 역수가 되어야 하기 때문이다. 내생성의 문제를 해결하기 위해 Yogo(2004) 등은 도구변수의 사용을 제안하는데, Neely, Roy, and Whiteman(2001)은 소비성장률의 시차 변수 등을, 그리고 Bansal and Yaron(2004)은 기대 소비성장률의 변화와 소비성장률의 변동성 등을 활용하였다.

아래에서는 도구변수로 1 분기 및 2 분기 시차를 둔 소비성장률과 기대 소비성장률의 변화, 그리고 해당 시점에서 과거 5 년의 표준편차로 측정한 소비성장률의 변동성을 선택하였다. <표 A2-1>은 무위험이자율과 소비성장률의 도구변수에 대한 상관관계를 나타낸다.

<표 A-1> 주요 소비관련 변수 및 이자율 사이의 상관관계

한국의 대체탄력성 추정을 위한 주요변수들의 상관관계로, 무위험이자율과 소비성장률의 도구변수에 대한 상관관계를 나타낸다. 도구변수는 1 분기 및 2 분기 시차의 소비성장률 시차변수, 기대 소비성장률의 변화, 그리고 과거 5년 소비성장률의 표준편차이다.

	g_{t-1}	g_{t-2}	$g_t - g_{t-1}$	$\sigma(g_t)$
$r_{f,t}$	0.1690	0.3438	0.1900	0.3715
g_t	0.3119	0.3025	0.5872	0.4573

<표 A-2> 도구변수를 사용하지 않은 경우의 시점간 소비대체 계수 추정

Euler 방정식을 활용하여, Panel A 에서는 $\ln(1 + r_{f,t}) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 + g_t) + \varepsilon_t$ 로 ρ 를, 그리고 Panel B 에서는 $\ln(1 + g_t) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 + r_{f,t}) + \varepsilon_t$ 로 한국의 대체탄력성을 추정한 결과이다. 분석기간은 1999 년부터 2017 년까지이다.

	Coefficients	Standard Error	t-stat	p-value
Panel A				
Intercept	0.00161	0.00078	2.05345	0.04356
Slope (ρ)	0.30438	0.08340	3.64970	0.00049
Panel B				
Intercept	0.00386	0.00093	4.15092	0.00009
Slope(EIS)	0.50116	0.13732	3.64970	0.00049

<표 A-3> 도구변수를 사용한 경우의 시점간 소비대체 계수 추정

Euler 방정식을 활용하여, $\ln(1 + r_{f,t}) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 + g_t) + \varepsilon_t$ 에 도구변수를 사용하여 ρ 를 추정한다. 각각의 도구변수는 소비성장률의 1 분기와 2 분기 시차변수, 기대 소비성장률의 변화, 그리고 소비성장률의 변동성이다. 이들의 결과는 Panel A 부터 D 에 나타내었고, 분석기간은 1999 년부터 2017 년까지이다.

	Coefficients	Standard Error	t-stat	p-value
Panel A: 도구변수로 1 분기 시차의 소비성장률 사용				
Intercept	0.00095	0.00172	0.55543	0.58027
Slope (ρ)	0.42289	0.28688	1.47408	0.14470
Panel B: 도구변수로 2 분기 시차의 소비성장률 사용				
Intercept	-0.00160	0.00168	-0.95203	0.34418
Slope (ρ)	0.88748	0.28236	3.14304	0.00241
Panel C: 도구변수로 기대 소비성장률의 변화 사용				
Intercept	0.00190	0.00107	1.76853	0.08109
Slope (ρ)	0.25163	0.15135	1.66261	0.10062
Panel D: 도구변수로 소비성장률의 변동성 사용				
Intercept	-0.00021	0.00120	-0.17198	0.86392
Slope (ρ)	0.63385	0.18474	3.43114	0.00099

<표 A-2>는 도구변수를 사용하지 않은 경우 ρ 와 EIS 를 추정 한 결과를 보여준다. Panel A 를 보면 ρ 는 약 0.304 정도인 반면, Panel B 에서 EIS 는 0.501 정도로 추정된다. 이 경우, ρ 를 추정하여 역수로 얻은 EIS 는 3.285 로 큰 값을 가지고, EIS 를 추정하여 역수로 계산한 ρ 역시 1.995 가 되어 논리적으로 모순된 결과를 확인할 수 있다.

<표 A-3>은 <표 A-1>의 도구변수를 이용하여 ρ 를 추정 한 결과이다. 도구변수에 따라 차이를 보이지만, ρ 값은 약 0.252 와 0.887 사이에 존재하는 것으로 나타났다.

도구변수를 이용하여 EIS 를 추정하면, 그 값이 1.127 에서 3.974 사이로 나타나는데, 이는 0.887 에서 0.252 사이의 ρ 값으로 환산되어 <표 A-3>의 결과와 일치하고, 또 Bansal and Yaron(2004)의 결과와도 부합한다. 같은 도구변수를 사용하여 추정 한 ρ 와 EIS 가 정확히 역의 관계를 가지는 것은 다음의 과정을 통해 확인할 수 있다. 먼저 설명변수가 Y 이고, 독립변수가 X , 그리고 도구변수를 Z 라고 하면, 도구변수를 사용하여 얻은 추정치 β_X 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_X &= \{(\beta_X Z)'(\beta_X Z)\}^{-1}\{(\beta_X Z)'Y\} = \beta_X^{-1}(Z'Z)^{-1}(Z'Y) \\ &= \{(Z'Z)^{-1}Z'X\}^{-1}(Z'Z)^{-1}(Z'Y) = (Z'X)^{-1}(Z'Y)\end{aligned}\quad (A2-4)$$

반대로, 설명변수가 X 이고 독립변수가 Y 인 경우, 추정된 β_Y 는 다음과 같아져,

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_Y &= \{(\beta_Y Z)'(\beta_Y Z)\}^{-1}\{(\beta_Y Z)'X\} = \beta_Y^{-1}(Z'Z)^{-1}(Z'X) \\ &= \{(Z'Z)^{-1}Z'Y\}^{-1}(Z'Z)^{-1}(Z'X) = (Z'Y)^{-1}(Z'X) = \beta_X^{-1}\end{aligned}\quad (A2-5)$$

위 두 식의 결과가 정확히 역의 관계를 가지는 것을 확인할 수 있다.

이상의 결과를 정리하면, 도구변수를 활용하기 전에는 두 변수 모두 1 이하의 작은 값으로 추정되어, 서로 역수인 관계를 만족시키지 못 한다. 그러나 도구변수를 이용한 분석을 통해 한국에서의 EIS 는 1 이상의 값으로 추정되고 ρ 는 1 보다 상당히 작은 값으로 추정된다는 것을 확인할 수 있다.

제 2 장

정보비대칭 하에서 모호성과 비대칭적 변동성에 관한 연구²⁵

I. 서론

‘고위험 고수익(high risk-high return)’은 재무학의 대표적인 명제 중 하나이고, 위험과 수익률 사이의 교환관계(tradeoff)는 꾸준히 연구되는 주제이다. 이에 대한 대부분의 연구는, 횡단면 상의 주어진 시점에서 다른 자산들 사이에 존재하는 교환관계에 대해 분석한다. 일반적으로 횡단면 상에서 더 위험한 자산일수록 요구수익률이 더 크다는 데에는 이견이 없지만, 시계열 상에 존재하는 위험과 수익률 사이의 교환관계에 대해서는 합의에 이르지 못하고 있다.²⁶ 시장포트폴리오(market portfolio)의 조건부 평균수익률과 그 분산이 양(+)의 관계를 가진다는 Merton(1980)의 연구 이후, 여러 실증연구는 시계열 상에서도 수익률과 변동성 사이의 양(+)의 관계를 지지하였다[French, Schwert, and Stambaugh(1987), Duffee(1995), Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2005), Ludvigson and Ng(2007) 등]. 반면, Black(1976), Christie(1982), Campbell(1987), Schwert(1989), Nelson(1991), Harvey(2001) 등은 위험과 수익률이 음(-)의 관계를 가진다고 보고하였다. 문헌에서는, 불황기 자산수익률의 변동성(이하 불황변동성)이 호황에서 그 변동성(이하 호황변동성)보다 더 큰 것을 비대칭적 변동성(asymmetric volatility)이라고 부른다.²⁷

위험과 수익률의 관계를 분석할 때, 미래의 불확실한 상황에는 위험(미래의 확률분포를 아는 경우) 뿐 아니라 모호성(확률분포조차 모르는 상황, ambiguity)도 포함되므로, 모호성을 고려하는 것이 비대칭적 변동성을 이해하는 데 도움이 될 것이다. 이 연구에서는 정보비대칭(asymmetric information) 하에서, 경기상황에 따른 투자자들의 모호성에 대한 태도를 모형에 포함한다. 정보 없는 투자자(이하

²⁵ 이 장은 2020년 1월 선물연구에 게재확정된 “정보비대칭과 모호성 하에서 비대칭적 변동성에 관한 연구(조재호 공저)”를 기반으로 모호성에 대한 실증연구를 확장하여 작성하였다.

²⁶ 이 연구에서 수익률과 위험(변동성)은 시계열 상의 조건부 평균수익률과 조건부 변동성을 의미하고, 교환관계 역시 시계열상에서 수익률과 변동성의 교환관계를 의미한다.

²⁷ 경기상황에 따른 변동성 차이, 즉 호황변동성에서 불황변동성을 차감한 것을 상대적 변동성이라 정의한다. 따라서 비대칭적 변동성은 음(-)의 상대적 변동성을 의미한다.

유동성투자자)는 불황기에 모호성을 회피하고, 호황기에 모호성중립(이하 모형 I) 또는 모호성추구(이하 모형 II)적인 효용함수를 가진다고 가정한다. 분석에 따르면, 모형 I에서는 비대칭적 변동성이 나타나지 않는다. 그러나 모형 II에서는 모호성의 정도에 따라 비대칭적 변동성을 이론적으로 도출할 수 있다.²⁸ 모형 II에 따르면, 모호성의 정도가 작을수록, 그리고 유동성투자자가 많을수록 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 커진다.

그리고 한국주식시장의 포트폴리오를 대상으로 간단한 실증분석을 통해, 모호성이 큰 포트폴리오일수록 호황변동성이 불황변동성보다 더 큰 경향을 보이고, 모호성의 정도를 기준으로 구성한 모호성 요인(ambiguity factor)이 포트폴리오의 수익률에 대한 설명력을 가진다는 것을 확인하였다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II 장에서는 관련된 연구를 정리하고, 제 III 장에서 모형 I과 모형 II를 소개하고 분석한다. 제 IV 장에서는 모형을 바탕으로 실증자료를 분석한 후, 제 V 장에서 연구내용을 요약하는 결론을 통해 이 연구를 마무리한다.

II. 문헌 연구

Black(1976)은 비대칭적 변동성을 레버리지 효과(leverage effect)로 설명하였다. 이는 경기상황이 악화되면 주가가 하락하고 수익률이 감소하게 되는데, 이 때 부채비율이 높은 기업의 위험이 상승하기 때문에 그 주식수익률의 변동성이 커진다는 논리이다.²⁹ Christie(1982)는 이러한 논리를 실증적으로 검증하였고, Harvey(2001)는 EGARCH 모형을 이용하여 이를 지지하였다. Engle and Ng(1993)은 주식수익률의 변동성이 부정적인 충격에 대해 더 크게 반응하기 때문에 비대칭적 변동성이 나타난다고 주장하였는데, 이는 Badshah, Frijns, Knif, and Tourani-Rad(2016)의 연구결과와 맥을 같이 한다. Glosten, Jagannathan, and Runkle(1993)은 GARCH-M 모형을 이용하여 주식수익률과 변동성 사이의 음(-)의 관계를 확인하였고, Jin(2017)은 16개 국가를 대상으로 비대칭적 변동성이 존재하는 것을 보이며 레버리지 효과가 주된 요인이라고 주장하였다. Sun and Wu(2018)는

²⁸ 모호성은 미래분포에 대한 모호성을 의미하고, 모호성의 정도는 그 분포 구간의 범위로 정의한다.

²⁹ Choi and Richardson(2016)은 자산을 주식과 채권으로 구분하여, 레버리지와 주식수익률의 변동성이 유의미한 양(+)의 관계를 가진다고 분석한다.

극단적인 불황에서 비대칭적 변동성이 강하게 관측된다고 보고하며, 레버리지 효과를 지지하였다.

반면, French *et al.*(1987)은 예상되지 않은 변동성과 시장포트폴리오의 수익률은 음(-)의 관계를 보이나, 예상된 변동성과는 그 수익률이 양(+)의 관계를 가진다고 주장하였다. 또한 Duffee(1995)는 변동성 추정시기에 따라 그 관계의 부호가 달라지고, 자료의 주기에 따라 월별자료에서는 음(-)의 관계를 가지지만 일별자료를 사용하면 수익률과 변동성이 양(+)의 관계를 가진다고 분석하였다. Ludvigson and Ng(2007) 역시 Duffee(1995)와 유사한 결과를 보고하였는데, 이러한 효과를 변동성피드백 효과(volatility feedback effect)라 부른다. 이를 정리하면 변동성 상승으로 인해 요구수익률이 증가하여 이들이 양(+)의 관계를 가지는데, 요구수익률 증가는 현재 주가와 수익률 하락으로 이어지기 때문에 비대칭적 변동성이 나타난다는 주장이다. Campbell and Hentschel(1992)과 Wu(2001)도 이러한 변동성피드백 효과를 지지하였다.

한편, Hens and Steude(2009)와 Hasanahodic and Lo(2011)는 부채가 없는 기업도 비대칭적 변동성을 보인다고 주장하여, 레버리지 효과의 설명력에 의문을 제기하였다. Bekaert and Wu(2000)도 부채비율에 따라 구성된 포트폴리오들 사이에 비대칭적 변동성의 유의미한 차이가 없기 때문에 레버리지 효과가 뚜렷하게 보이지 않는다고 주장하였다. 다만, 부채비율이 낮은 기업에서 레버리지 효과가 나타난다고 분석하였는데, 이는 레버리지 효과와 변동성피드백 효과가 비슷한 규모의 영향력을 가진다는 Wang and Yang(2013)의 연구와 같이 두 효과가 혼재해 있을 가능성을 시사한다. 또한 Backus and Gregory(1993)는 비대칭적 변동성에 대해 이론적으로 접근하여, ARCH-M 모형의 모수(parameters)에 따라 주식수익률과 변동성 사이에 양(+), 음(-), 또는 독립적이거나 비선형의 관계를 보일 수 있다고 주장하였다.

이 논문은 정보비대칭 하에서 비대칭적 변동성과 모호성의 관계를 분석한다. Grossman and Stiglitz(1980)의 정보비대칭모형에 기초하여 모호성에 대한 태도를 고려하는데, 모호성이라는 개념은 Ellesberg 역설 등을 설명하기 위해 제시되었다. 모호성이 존재하는 상황이란 미래의 확률분포를 알지 못하는 상황이다. 이러한 현상을 설명하기 위해 모호성회피라는 개념이 등장하였고, 이를 반영하는

효용함수로 Gilboa and Schmeidler(1989)의 max-min 기대효용함수(MEU)³⁰, Schmeidler(1989)의 Choquet 기대효용함수(CEU), 그리고 α -MEU 등이 제시되었다. Klibanoff, Marinacci and Mukerji(2005, 2009)와 Seo(2009)는 모호성에 대한 태도를 함수화한 효용함수를 개발하였다.

Mele and Sangiorgi(2015)는 Grossman and Stiglitz(1980)를 확장하여, 유동성투자자가 max-min 기대효용함수를 가진다고 가정하였다. 정보투자자가 모호성 없이 객관적인 정보에 기반하여 투자선택을 하는 반면, 유동성투자자는 자산수익의 분포에 대해 모호한 상황에 놓이기 때문에, 미래수익에 대해 주관적인 분포를 상정하고 투자결정을 한다. 이에 따라 유동성투자자는 시장에 참여하지 않기도 한다. Mele and Sangiorgi(2015)는 모호성을 회피하는 유동성투자자의 존재로 인해, 여러 개의 균형가격이 도출되고 가격의 급격한 변화가 야기되는 것을 밝혔다.

이 연구에서는 Mele and Sangiorgi(2015)를 확장하여, 유동성투자자의 모호성에 대한 태도가 경기상황에 따라 달라진다고 가정한다. 모형 I에서는 호황기에 모호성증립, 불황기에 모호성회피의 효용함수를 가지고, 모형 II에서는 호황기에 모호성추구, 불황기에 모호성회피의 효용함수를 가진다. 이는 경기상황에 따라 위험에 대한 태도가 변하듯이, 모호성에 대한 태도를 달리할 수 있다는 가정에 기반한다.

Campbell and Cochrane(1999)의 소비습관부 효용함수는 부의 크기에 따라 위험회피성향이 감소하는 DRRA 형태이기 때문에 경기역행적 위험회피의 성격을 보이고, Nyberg(2012)도 QR-GARCH 모형으로 위험회피계수가 경기역행적일 수 있다고 주장하였다. Kim(2014)도 Epstein and Zin(1989)의 비기대효용함수를 통해 이를 지지하였다. 그리고 Cohn, Engelmann, Fehr, and Marechal(2015)은 금융전문가들과의 설문조사로, 주식시장이 불황일 때 손실이 발생하지 않아도 위험회피계수가 상승할 수 있음을 보였다. Guiso and Sapienza, and Zingales(2018)는 현저한 불황(negative salience)에서 위험회피계수가 상승한다고 보고하고, Bordalo, Gennaioli, and Shleifer(2012)는 현저한 호황(positive salience)에서 위험선호적인 태도를 보인다고 주장하였다. 호황에서 위험회피성향이 감소하거나

³⁰ 이는 여러 확률분포 중에서 효용이 가장 작은 분포를 선택하는 것으로[Hansen and Sargent(2010), Hansen(2007)], Ahn, Choi, Gale and Kariv(2014)는 실험을 통해 max-min 기대효용함수의 설명력이 가장 높다고 보고한다.

위험선호적인 태도를 보일 수 있다는 연구결과는, 불확실성의 일종인 모호성에 대한 태도가 호황에서 중립 또는 추구적이라는 가정을 뒷받침한다.

Brenner and Izhakian(2018)은 위험과 모호성, 그리고 주식수익률 사이의 관계를 연구하였다. 시장포트폴리오의 수익률과 위험의 관계가 이론적으로 양(+)의 값을 가져야 하나 실증적으로는 유의하지 않다는 점, 즉 비대칭적 변동성을 지적하며, 모호성을 고려하는 경우 그 관계가 유의하게 양(+)의 값을 가진다는 것을 발견하였다. 그들의 연구에서 모호성 역시 주식수익률과 유의한 관계를 가지지 않지만, 위험을 고려하면 그 관계가 통계적으로 유의한 음(-)의 값을 가진다. 이러한 결과는 비대칭적 변동성을 분석할 때, 위험만이 아니라 모호성도 함께 고려해야 한다는 주장을 뒷받침하고, 또 위험과 모호성에 대한 태도가 서로 반대 방향일 수 있다는 것을 의미한다. 그들은 위험과 모호성의 관계에 대해서도 분석하는데, 일반적으로 위험과 모호성 사이에 유의한 관계가 보이지 않는 것은 그 관계가 경기상황에 따라 달라질 수 있기 때문이라고 주장하였다. 즉, 시기를 나누어 분석하면 위험과 모호성이 유의한 관계를 가진다는 것이다. 2004-2007년 사이에는 위험과 모호성이 유의한 음(-)의 관계를 가지지만, 글로벌금융위기 시기인 2008-2010년에는 통계적으로 유의한 양(+)의 관계를 보였다. 이러한 분석결과, 주식수익률에 대한 위험과 모호성의 역할이 경기상황에 따라 달라질 수 있고, 또한 위험에 대한 태도와 모호성에 대한 태도 역시 경기상황에 따라 달라진다는 것을 시사한다. 즉, 위험과 모호성의 역할이 같은 방향으로 작용하는 불황에서는 위험에 대한 태도와 모호성에 대한 태도가 같은 형태인 반면, 호황에서는 그 태도가 반대의 형태를 보인다는 것이다. 또한 그들의 연구에 의하면 수익률이 낮은 시기에 모호성이 증가하는데 이는 수익률이 높은 시기에 모호성이 상대적으로 작아진다는 것이고, 따라서 불황에서 모호성이 증가하고 호황에서 모호성이 감소한다는 것을 의미한다. 모호성이 감소하면 그에 대한 회피성향 역시 감소한다고 볼 수 있으므로, 호황일 때 유동성투자자가 모호성중립 또는 모호성추구 성향을 가진다는 가정은 타당성을 가진다. 이러한 가정은 비대칭적 변동성과 경기역행적 위험회피성향이 관측된다는 사실을 통해 지지될 수 있다. 즉, 위험이 큰 불황에서는 위험을 회피하려 하고 위험이 작은 호황에서는 위험회피성향이 감소하거나 위험추구성향을 보인다는 해석이 가능하기 때문이다. 따라서 Brenner and Izhakian(2018)의 연구는 경기상황에 관계없이 위험회피형인

투자자가 모호성에 대해서는 불확일 때 회피성향을, 그리고 호황일 때 추구성향을 보인다는 이 연구(모형 II)의 가정을 뒷받침한다.

모형 I에서는 호황변동성이 불황변동성보다 항상 크다. 그러나 모형 II에 의하면, 모호성의 정도가 작을수록 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 높다. 그리고 내생적인 정보구매를 고려하여, 유동성투자자가 많을수록 불황변동성이 호황변동성보다 커진다는 것을 확인하였다.

이러한 관계를 실증적으로 확인하기 위해서는 모호성의 정도를 추정해야 한다. 모호성의 대리변수(proxy)에 대한 연구는 크게 두 가지 방향으로 이루어지고 있다. 첫 번째는 재무제표 등에 나타나는 기업의 특성을 이용하는 방법이다. Zhang(2006)은 모호성을 나타내는 변수로 기업규모, 기업연령, 현금흐름의 변동성과 주식수익률의 변동성, 그리고 증권분석가의 의견차이(dispersion in analyst forecast) 등을 활용하였다. 그리고 Jiang, Lee and Zhang(2005)은 Zhang(2006)에서 사용한 변수들에 현금흐름의 실질만기(duration)와 거래량 등을 추가하였다. Jiang *et al.*(2005)과 Zhang(2006) 모두 모호성이 큰 주식의 수익률 변화가 상대적으로 크고, 더 낮은 성과를 보인다고 보고하였다.

두 번째 방법은 옵션의 내재변동성(implied volatility)을 이용하는 것으로, 내재변동성이 기초자산의 미래가치에 대한 투자자의 평가를 반영한다는 점에 착안한다. Baltussen, Bekkum, and Grient(2018)은 내재변동성의 변동성(vol-of-vol)을 모호성의 정도로 활용하고, Ehsani, Krause, and Lien(2013)은 화폐성(moneyness)에 따른 내재변동성의 분포를 이용하여 모호성의 정도를 추정하였다. Baltussen *et al.*(2018)과 Ehsani *et al.*(2013) 역시 모호성이 큰 주식의 성과가 모호성이 작은 주식에 비해 저조하다고 주장하였다.³¹

Ehsani *et al.*(2013)은 Kellback-Leibler의 방법을 이용하여, 내재변동성의 분포와 준거(reference)의 분포 간 차이를 모호성으로 정의하였는데, Ehsani *et al.*(2013)이 내재변동성의 분포를 이용한 것과 달리, 이 연구에서는 비정상수익률(abnormal return: 이하 AR)의 시계열 분포를 사용하고, 준거로는 시장포트폴리오(market portfolio)를 활용한다. 구체적으로 한국주식시장의 25개 포트폴리오를 대상으로 한국종합주가지수(이하 KOSPI)와의 AR 분포 차이를 Kolmogorov-Smirnov(이하 KS) 방법으로 측정하고, KS 통계량을 해당 포트폴리오의 모호성 정도라고 정의한다.

³¹ 이 연구에서는 기업규모와 BM으로 구성된 포트폴리오를 분석대상으로 하기 때문에 Ehsani *et al.*(2018)의 방법을 적용할 수 없다.

그리고 준거분포를 시장포트폴리오가 아니라 정규분포로 사용하는 경우도 함께 분석한다. Chae and Lee(2018)은 시장포트폴리오와의 평균차감수익률(demeaned return) 분포 차이를 이용하여 모호성을 측정하는데³², 이 연구에서는 정규분포와 평균차감수익률 분포의 차이를 이용하여 모호성을 측정하는 방법을 병행한다.³³

한편, 모호성에 대한 최근의 연구는 벤포드(Benford, 1938)의 법칙을 이용하기도 한다. Newcomb(1881)은 숫자로 표현된 다양한 표본을 대상으로 첫 번째 자릿수(first digits)의 분포를 분석하였는데, 첫 번째 자리수가 균등분포(uniform distribution)를 따르지 않는다는 사실과 함께 그 분포가 표본과 무관하게 특정한 분포를 따른다는 사실을 발견하였다.³⁴ 벤포드는 수학법칙과 물리상수(physical constants), 그리고 주소, 잡지의 숫자 등 20,000 여개 이상의 자료를 분석하여 Newcomb(1881)을 지지하는 결과를 얻었다. 이를 벤포드의 법칙이라고 부르는데, 재무와 회계자료 역시 이 법칙을 따른다고 알려져 있다. Nigrini and Mittermaier(1997)는 매출채권, 매입채무, 재고량, 매출액 등의 회계자료가, Ley(1996)는 다우-존스 산업평균지수와 S&P 지수의 수익률이 각각 벤포드의 법칙을 따른다는 것을 발견하였다. Riccioni and Cerqueti(2017)은 7개 국가의 주식시장 자료를, Mukherjee(2018)는 CEO의 보수를 대상으로 벤포드의 법칙을 확인하였다. Mir, Ausloos, and Cerqueti(2014)는 이탈리아의 소득자료가, 또 Villas-Boas, Fu, and Judge(2015)는 호주에서 소득에 대한 미시자료가 각각 이 법칙을 따른다고 주장하였다. Carrera(2015)는 라틴아메리카 국가들의 환율 자료를 이용하여, 유로화 기준 환율이 벤포드 분포를 따른다는 것을 밝혔다.

³² Kolmogorov-Smirnov 검정은 비모수적 검정(nonparametric test)으로 두 분포 사이의 차이를 검정하는 방법이고 그 통계량은 분포 사이의 거리, 즉 두 분포가 얼마나 다른지를 측정한다. 일반적으로 준거분포와의 차이를 측정하며, 두 누적분포함수 $F(x)$, $G(x)$ 에 대한 Kolmogorov-Smirnov 통계량의 정의는 다음과 같다.

$$KS = \sup_x |F(x) - G(x)|$$

³³ Chae and Lee(2018)에 따르면, 모호성의 정도를 이용한 투자전략의 초과성고가 통계적으로 유의하고, 이러한 성과는 Fama-French 3 요인 모형 등 시장조정모형 하에서도 강하게 유지된다.

³⁴ 예를 들어, 세상에 존재하는 어떤 수의 첫 번째 자리 숫자가 1로 나타날 가능성은 약 30.1%인 반면, 그 숫자가 9일 가능성은 4.6%에 불과하다. 만약 첫 번째 자리에 모든 숫자가 동일하게 나타난다면, 그 확률은 약 11.1%이어야 한다. Newcomb(1881)에 의하면, 첫 번째 자리(D_1)가 d 인 숫자의 확률분포는 다음과 같다.

$$\text{Prob}(D_1 = d) = \log\left(1 + \frac{1}{d}\right), d \in \{1, 2, \dots, 9\}$$

Todter(2009), Amiram, Bozanic, and Rouen(2015), Hassler and Hosseinkouchack(2019) 등에 따르면 회계부정 또는 분식회계(accounting fraud)를 포착하기 위해서도 이 법칙을 적용한다. 이들의 연구에 의하면, 회계자료가 벤포드 분포를 벗어날수록 회계부정의 가능성이 높다고 한다. 이는 벤포드의 법칙에서 벗어날수록 불확실성이 더 크다는 것을 의미하고, 또 벤포드 분포와의 차이가 모호성의 정도를 나타내는 지표라는 해석을 가능하게 한다. 따라서 본 연구에서는 각 포트폴리오 수익률로 구성된 첫 번째 자리수의 분포와 벤포드 분포의 차이를 KS 방법으로 측정하여 모호성의 정도로 정의하고 강건성 점검을 수행하였다.

모호성의 정도가 큰 포트폴리오의 평균 상대적 변동성은 모호성의 정도가 작은 포트폴리오의 평균 상대적 변동성에 비해 더 크고, 모호성 정도는 그 포트폴리오의 상대적 변동성과 실증적으로 비슷한 패턴을 보인다. 이는 모호성이 작은 포트폴리오에서 음(-)의 상대적 변동성, 즉 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 높다는 것을 시사한다. 그리고 모호성의 정도로 구성된 위험요인(이하 모호성 요인, ambiguity factor)을 추가하면, 포트폴리오 알파(alpha)의 통계적 유의성이 감소하는 것을 확인하였다. 이는 Brenner and Izhakian(2018)와 같은 결과이다. 그들은 모호성 프리미엄이 존재하고, 모호성이 주식의 초과수익률에 대한 설명력을 가진다고 주장하였다.

III. 정보비대칭과 모호성 하에서 비대칭적 변동성에 대한 분석

1. 모형의 가정

Grossman and Stiglitz(1980)를 기반으로, 위험자산과 무위험자산이 거래되는 모형을 가정하자. 위험자산의 수익(f)은

$$f = \theta + \epsilon, \theta \sim N(\mu, \sigma_\theta^2), \epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (2-1)$$

과 같이 정보를 통해 관측할 수 있는 부분(θ)과 확인할 수 없는 부분(ϵ : 이하 오차항)으로 구성된다. 위험자산의 공급(z)은 다음과 같이 정규분포를 따르고,

$$z \sim N(\mu_z, \sigma_z^2) \quad (2-2)$$

모든 확률변수는 서로 독립이다. 무위험자산의 총수익률(gross return)은 1 이고, 그 공급은 완전탄력적이다.

투자자는 정보투자자와 유동성투자자로 구성되고, 그 비율은 각각 λ 와 $1 - \lambda$ 이다. Grossman and Stiglitz(1980)와 같이, 정보투자자는 가격(p)과 θ 를 모두 확인그러나, 유동성투자자는 가격만 관측할 수 있다. 그러나 Grossman and Stiglitz(1980)와 달리, 이 모형의 유동성투자자는 θ 의 기댓값(μ)을 모호하다고 인식한다. 따라서 μ 가 다음과 같은 주관적인 선험확률분포(prior distribution) 위에 있다고 가정한다.

$$\mu \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}] \quad (2-3)$$

이 연구에서는 분포 구간의 범위, 즉 $\Delta\mu(\equiv \bar{\mu} - \underline{\mu})$ 를 모호성의 정도라 정의한다.

한편, 모든 투자자는 다음과 같이 절대적인 위험회피계수가 A 로 일정한 CARA(constant absolute risk aversion) 효용함수를 갖는다.

$$u(W) = E[-e^{-A \cdot W}] \quad (2-4)$$

여기서 W 는 투자자의 부(wealth)를 의미하고, 이 효용함수의 위험회피도는 부의 수준에 영향을 받지 않는다.

정보를 가진 투자자의 기대효용은 폰노이만-모겐스텐(von Neumann-Morgenstern)의 일반적인 기대효용함수를 따른다. 정보투자자는 θ 를 직접 관측하기 때문에 모호한 상황에 놓이지 않고, 따라서 정보투자자의 위험자산에 대한 수요(x_I)는 다음과 같다.

$$x_I(\theta, p) = \frac{E(f|\theta, p) - p}{A \cdot \text{Var}(f|\theta, p)} = \frac{\theta - p}{A \cdot \sigma_\epsilon^2} \quad (2-5)$$

이들은 θ 에 대한 정보를 가지기 때문에, θ 와 관측된 시장가격(p)의 차이를 정확히 알고 수요를 결정한다. 그러나 정보투자자 역시 관측할 수 없는 오차항에 대한 위험(σ_ϵ^2)에 노출된다.

반면, 정보가 없는 유동성투자자는 경기상황에 따라 모호성에 대해 다른 태도를 보인다고 가정한다. 구체적으로 유동성투자자는 불황에서 모호성을 회피하고, 호황에서는 모호성중립(모형 I) 또는 모호성추구(모형 II)의 효용함수를 갖는다. 먼저, 모호성회피의 효용함수는 다음과 같이 Gilboa and Schmeidler(1989)의 max-min 기대효용함수를 따른다.

$$\min_{\mu \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}]} E_{\mu}[-e^{-A \cdot W}] \quad (2-6)$$

위 식에서 $E_{\mu}(\cdot)$ 는 $E(\theta) = \mu$ 라는 가정 하에서의 기댓값 연산자이다. 그렇다면 모형 I에서 유동성투자자의 기대효용($u_L(\lambda)$)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_L(\lambda) = \begin{cases} \min_{\mu \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}]} E_{\mu}[-e^{-A \cdot W}], & \text{if } p < p_0 \\ E[-e^{-A \cdot W}], & \text{if } p \geq p_0 \end{cases} \quad (2-7)$$

여기서 p_0 는 현재의 자산가격으로 다음 기의 호황과 불황을 나누는 기준이 되고, 위 식의 우변 첫 번째 줄은 불황($p < p_0$)에서 모호성회피의 효용함수를, 두 번째 줄은 호황($p \geq p_0$)에서 모호성중립의 효용함수를 나타낸다. 모호성회피 투자자는 $\bar{\mu}$ 와 $\underline{\mu}$ 를 기준으로 시장에 참여한다. 즉, 위험자산 평균수익(μ)이 충분히 낮아 $\underline{\mu}$ 이하일 때 자산을 매입하고, 반대로 $\mu > \bar{\mu}$ 에서 자산을 매도한다. 이들은 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}]$ 안의 구간에서 시장에 참여하지 않는데, 모호성중립 투자자가 모호한 구간의 중심($\frac{\mu + \bar{\mu}}{2} \equiv \mu_0$)을 기준으로 결정하기 때문에 모형 I에서 유동성투자자의 기대효용은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$u_L(\lambda) = \min_{\mu \in [\underline{\mu}, \mu_0]} E_{\mu}[-e^{-A \cdot W}] \quad (2-8)$$

모호성을 추구하는 투자자의 효용함수는, 모호성회피의 max-min 형태와 반대로, max-max 기대효용함수를 따른다고 가정한다. 이는 낙관적인 선택을 한다는 것으로 해석할 수 있다. Shepperd, Carroll, Grace and Terry(2002)와 Sharot(2011) 등의 심리학과 신경과학계의 연구에 의하면, 낙관주의 편향(optimism bias)을 보이는 사람들이 인구의 약 80%에 이른다. 그리고 Puri and Robinson(2007)은

낙관주의와 투자선택의 관계를 연구하여, 낙관적인 전망을 가진 투자자가 경기 상황이 좋을 때 주식시장에 참여할 가능성이 더 크다고 주장하였다. 즉, 유동성투자자가 미래상황을 낙관적으로 인식하고, 특히 호황에서 낙관적인 전망을 가질 가능성이 크다는 것을 시사한다. Shepperd *et al.*(2002)에 의하면, 비관주의 편향(pessimism bias)이라는 표현을 잘 사용하지 않는데, 그 이유는 낙관주의 편향과 비관주의 편향이 연속적인 관계에 있기 때문이다. 즉, 낙관적인 성향이 보편적인 인간을 설명하는 특징이며, 호황에서 모호성을 추구한다는 가정이 자연스럽다는 것을 의미한다. 따라서 유동성투자자가 max-max 기대효용함수를 갖는다는 가정은 현실의 시장을 이해하는 데 의미 있는 분석결과를 제공할 것이라 기대할 수 있다. 그렇다면 모호성추구의 효용함수는 다음과 같고,

$$\max_{\mu \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}]} E_{\mu}[-e^{-A \cdot W}] \quad (2-9)$$

모형 II에서 유동성투자자의 기대효용은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_L(\lambda) = \begin{cases} \min_{\mu \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}]} E_{\mu}[-e^{-A \cdot W}], & \text{if } p < p_0 \\ \max_{\mu \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}]} E_{\mu}[-e^{-A \cdot W}], & \text{if } p \geq p_0 \end{cases} \quad (2-10)$$

위 식의 우변 첫 번째 줄은 불황에서 모호성회피의 효용함수를, 두 번째 줄은 호황에서 모호성추구의 효용함수를 의미한다. 모호성회피 투자자가 $\bar{\mu}$ 와 $\underline{\mu}$ 를 기준으로 시장에 참여하는 것과 달리, 모호성추구 투자자는 항상 시장에 참여한다. 그러나 상황에 따라 $\bar{\mu}$ 와 $\underline{\mu}$ 를 기준으로 위험자산에 대한 수요를 달리 한다. 즉, 자산가격이 낮을 때는 $\bar{\mu}$ 를 기준으로 자산을 매입하고, 반대로 자산가격이 높은 호황에서는 $\underline{\mu}$ 를 기준으로 시장에 참여하여 자산을 매도한다.

2. 모형 I: 유동성투자자가 호황-불황에서 모호성에 대해 중립-회피형인 경우

Mele and Sangiorgi(2015)에 의하면, 자산가격(P)을 θ 와 z 의 함수라 가정하여, 유동성투자자의 수요(x_L)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_L(P, p) = \begin{cases} \frac{E_{\underline{\mu}}(f|p) - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)} = \frac{\underline{p} - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)}, & \text{if } p < E_{\underline{\mu}}(f|p) \\ 0, & \text{if } p \in [E_{\underline{\mu}}(f|p), p_0] \\ \frac{E_{\mu_0}(f|p) - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)} = \frac{p_0 - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)}, & \text{if } p > p_0 \end{cases} \quad (2-11)$$

그리고 신호(signal: s)를 다음과 같이 정의하면,

$$s(\theta, z) = \frac{\lambda}{A \cdot \sigma_{\epsilon}^2} \theta - (z - \mu_z)^{35} \quad (2-12)$$

다음의 시장청산조건(market clearing condition)을 통해,

$$\lambda \cdot x_I(\theta, p) + (1 - \lambda) \cdot x_L(P, p) = z \quad (2-13)$$

균형가격이 다음과 같이 신호에 대한 선형결합으로 도출되는 것을 확인할 수 있다.

$$P(s) = \begin{cases} \underline{a} + b_1 \cdot s, & s < \underline{s} \\ a + b_0 \cdot s, & s \in [\underline{s}, s_0], \text{ where} \\ a + b_1 \cdot s, & s > s_0 \end{cases}$$

$$\underline{a} = \frac{-\lambda^2 \cdot A \cdot \mu_z \cdot \sigma_{\theta}^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^2 + \{(1 - \lambda) \cdot \underline{\mu} - A \cdot \mu_z \cdot (\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\epsilon}^2)\} \cdot A^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^4}{\lambda^2 \cdot \sigma_{\theta}^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_{\theta}^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^2 + A^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^4},$$

$$a = -\frac{A \cdot \sigma_{\epsilon}^2}{\lambda} \mu_z,$$

$$b_0 = \frac{A \cdot \sigma_{\epsilon}^2}{\lambda},$$

$$b_1 = \frac{\lambda \cdot \sigma_{\theta}^2 + A^2 \cdot \sigma_{\theta}^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^2 + A^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^4}{\lambda^2 \cdot \sigma_{\theta}^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_{\theta}^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^2 + A^2 \cdot \sigma_z^2 \cdot \sigma_{\epsilon}^4},$$

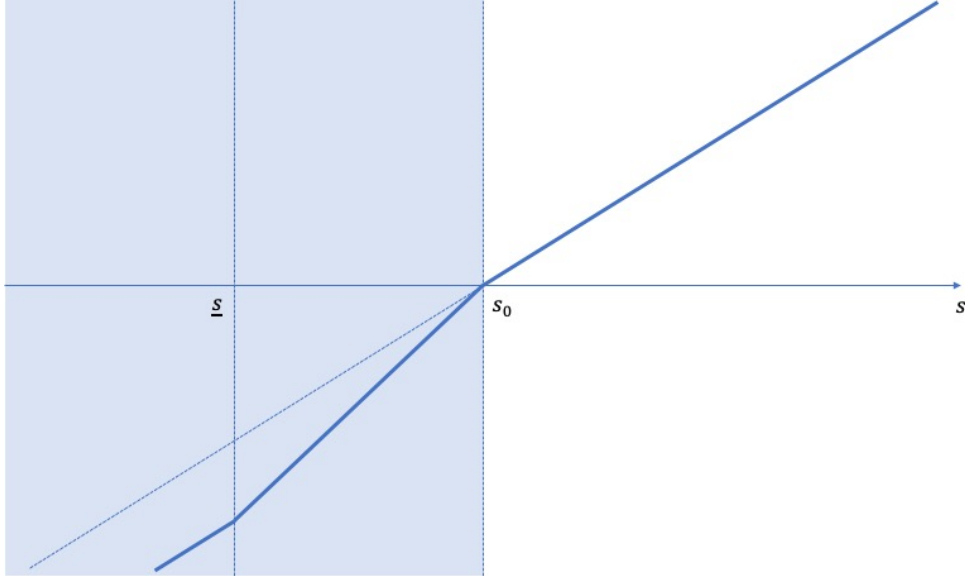
$$\underline{s} = \frac{\lambda}{A \cdot \sigma_{\epsilon}^2} \underline{\mu} + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_{\epsilon}^2} \mu_z, \quad s_0 = \frac{\lambda}{A \cdot \sigma_{\epsilon}^2} \mu_0 + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_{\epsilon}^2} \mu_z \quad (2-14)$$

신호에 대한 자산의 균형가격은 다음의 <그림 2-1>과 같이 나타난다. 즉, 자산가격이 신호에 따라 선형으로 상승하고, 유동성투자자의 모호성을 나타내는 선형확률분포에 따라 꺾이는 형태로 도출된다. 이러한 결과는 Mele and Sangiorgi(2015)에서 선형확률분포의 상한과 그 중간값이 같은 상황($\bar{\mu} = \mu_0$)이다.

³⁵ 표현의 간결성을 위해 신호를 Grossman-Stiglitz 와 다른 형태로 표현한다.

<그림 2-1> 신호에 대한 위험자산의 균형가격: 모형 I

이 그림의 실선은 모형 I, 즉 유동성투자자가 호황기에 모호성중립, 불황기에 모호성회피의 효용함수를 가질 때, 신호에 대한 위험자산의 균형가격이다. 점선은 Grossman and Stiglitz(1980) 모형에서의 균형가격을 나타낸다.



이 모형을 통해 비대칭적 변동성을 분석하기 위해서는, 자산수익률(rate of return)의 변동성을 계산해야 한다. 정보비대칭모형에서 수익률의 변동성을 직접 도출하는 것이 어렵기 때문에, 자산의 순수익(return)을 사용하여 변동성을 계산한다.³⁶ 먼저, Mele and Sangiorgi(2015)를 따라 자산순수익(R)을 다음과 같이 정의하자.

$$R = f - P(s) \quad (2-15)$$

그렇다면 그 분산은

$$Var(R) = Var(\theta + \epsilon - P(s)) = Var(b_0 \cdot (s + z - \mu_z) + \epsilon - P(s)) \quad (2-16)$$

³⁶ 이 모형에서 자산수익률의 상대적 변동성과 자산순수익의 상대적 변동성은 그 부호가 동일하기 때문에, 순수익을 통한 분석은 비대칭적 변동성에 대한 분석결과에 영향을 미치지 않는다.

이 되고, 이를 다음과 같이 분해할 수 있다.

$$\begin{aligned} Var(R) &= Var(b_0 \cdot s - P(s)) + Var(b_0 \cdot (z - \mu_z) + \epsilon) \\ &+ Cov(b_0 \cdot s - P(s), b_0 \cdot (z - \mu_z) + \epsilon) \equiv \sigma^2 + Cov + b_0 \cdot \sigma_z^2 + \sigma_\epsilon^2 \end{aligned} \quad (2-17)$$

그리고 다음과 같이 s_0 를 기준으로³⁷ 호황변동성과 불황변동성을 나누어 정의할 수 있고,

$$\begin{aligned} Var(R) &\equiv Var_G(R) + Var_B(R) \\ &\equiv \sigma_G^2 + Cov_G + \frac{b_0 \cdot \sigma_z^2 + \sigma_\epsilon^2}{2} + \sigma_B^2 + Cov_B + \frac{b_0 \cdot \sigma_z^2 + \sigma_\epsilon^2}{2} \end{aligned} \quad (2-18)$$

각 구성요소는

$$\begin{aligned} \sigma_G^2 &= \int_{s_0}^{\infty} \{b_0 \cdot s - P(s) - E(R_1)\}^2 \cdot n(s) ds \\ &= (b_0 - b_1)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot [1 - 4\{n(s_0^*)\}^2] + 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot E(R_1) \cdot n(s_0^*) \\ &\quad + \frac{\{E(R_1)\}^2}{2} \end{aligned} \quad (2-19)$$

$$Cov_G = b_0 \cdot (b_0 - b_1) \cdot \sigma_z^2 \cdot [1 - 4\{n(s_0^*)\}^2] \quad (2-20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_B^2 &= \int_{-\infty}^{s_0} \{b_0 \cdot s - P(s) - E(R_1)\}^2 \cdot n(s) ds \\ &= (b_0 - b_1)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[1 + \frac{s^* \cdot n(s^*)}{1 - N(s^*)} - \left(\frac{n(s^*)}{1 - N(s^*)} \right)^2 \right] \\ &\quad + 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot \{E(R_1) + \underline{a}\} \frac{n(s^*)}{1 - N(s^*)} + \{E(R_1) + \underline{a}\}^2 \cdot N(\underline{s}) + \frac{\{E(R_1)\}^2}{2} \end{aligned} \quad (2-21)$$

$$Cov_B = b_0 \cdot (b_0 - b_1) \cdot \sigma_z^2 \cdot \left[1 + \frac{s^* \cdot n(s^*)}{1 - N(s^*)} - \left(\frac{n(s^*)}{1 - N(s^*)} \right)^2 \right] \quad (2-22)$$

과 같다. 여기서 $E(R_1) = (b_0 - b)^2 \cdot \sigma_s \cdot \frac{n(s_0^*) - n(s^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} - \underline{a} \cdot N(\underline{s})$ 이고, $n(\cdot)$ 과 $N(\cdot)$ 은 각각 신호의 확률밀도함수(pdf)와 누적밀도함수(cdf)이다. 그리고 $s^* \equiv \frac{\bar{s}}{\sigma_s}$, $s_0^* \equiv \frac{s_0}{\sigma_s}$ 으로 정의한다.³⁸

³⁷ 유동성투자자의 투자행태가 μ_0 , 즉 s_0 를 기준으로 달라지기 때문이다.

³⁸ 분석의 편의를 위해 $\mu_z = 0$ 이라 가정해도 분산의 크기에 영향을 미치지 않는다.

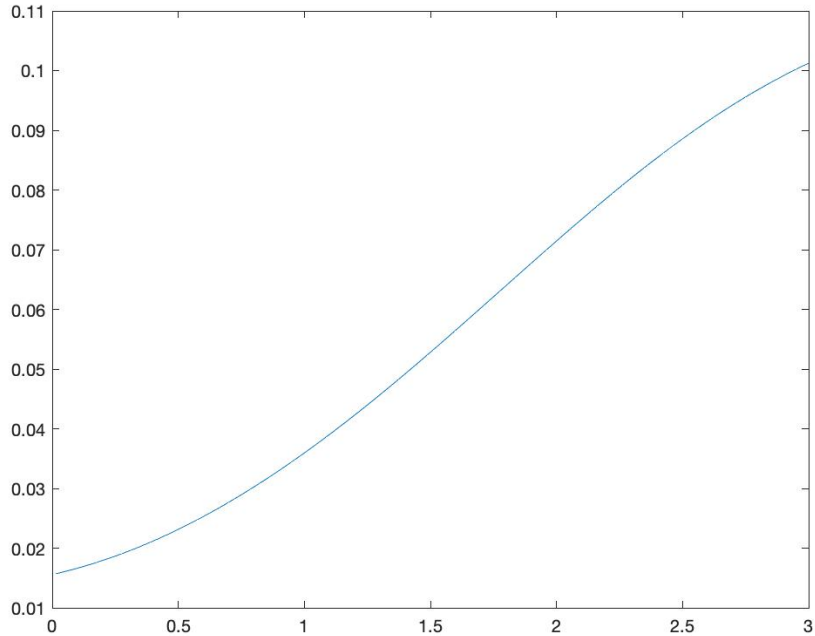
위 식들을 통해 상대적 변동성을 계산하면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & Var_G(R) - Var_B(R) \\
 &= (b_0 - b_1) \cdot (2b_0 - b) \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[\left(\frac{n(s^*)}{1-N(s^*)} \right)^2 - \frac{s^* \cdot n(s^*)}{1-N(s^*)} - 4\{n(s_0^*)\}^2 \right] \\
 &+ 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot E(R_1) \cdot n(s_0^*) \\
 &- 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot \{E(R_1) + \underline{a}\} \frac{n(s^*)}{1-N(s^*)} - \{E(R_1) + \underline{a}\}^2 \cdot N(\underline{s})
 \end{aligned} \tag{2-23}$$

그 부호를 확인하기 위해, $\bar{\mu}$ 에 따른 상대적 변동성을 그림으로 나타낸 것이 <그림 2-2>이다.

<그림 2-2> 상대적 변동성: 모형 I

이 그림은 $\bar{\mu}$ 의 변화에 따른 모형 I의 상대적 변동성을 나타낸다. 세로축은 상대적 변동성을, 가로축은 $\bar{\mu}$ 를 나타낸다. $\bar{\mu}$ 의 범위는 0 부터 2 까지이고, 각 모수는 Mele and Sangiorgi(2015)를 따라 $\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_\epsilon = 1$, $\mu_z = 0$, 그리고 $\lambda = 0.2$ 로 설정하였다. 상대적 변동성은 항상 양(+)의 값을 갖는다.



즉, 모형 I에서 상대적 변동성은 항상 양(+)의 값을 갖는다. 따라서 수익률과 위험이 양(+)의 관계를 가지고, 비대칭적 변동성이 나타나지 않는다.

이는 호황에서 모호성의 영향을 고려하지 않기 때문일 수 있다. 그리고 모호성에 대한 회피성향 역시 위험에 대한 태도와 마찬가지로 경기역행적일 수 있으므로, 호황에서 모호성을 추구한다는 가능성을 배제할 수 없다. 또한 이 가정은 비대칭적 변동성에 대한 모호성의 역할을 더 명확하게 확인하는 데 도움을 줄 것이라 기대할 수 있다. 따라서 다음 절에서는 유동성투자자가 호황에서 모호성추구의 효용함수를 갖는 경우에 대해 분석한다.

3. 모형 II: 유동성투자자가 호황-불황에서 모호성에 대해 추구-회피형인 경우

1) 외생적으로 λ 가 결정되는 경우

모호성은 위험과 더불어 불확실성의 구성요소라 할 수 있다. 그렇다면 위험에 대한 태도와 마찬가지로 모호성에 대한 태도 역시 시간가변적(time-varying)이거나, 경기변동에 따라 달라질 수 있다. Campbell and Cochrane(1999), Nyberg(2012), Kim(2014)과 Cohn, Engelmann, Fehr, and Marechal(2015) 등은 위험회피성향이 경기역행적이라고 주장하였다. 이는 경기가 좋을수록 위험에 대한 회피성향이 낮아진다는 것을 의미한다. 그리고 Bordalo, Gennaioli, and Shleifer(2012)는 호황에서 위험을 선호할 수 있다는 연구결과를 보고하였다. Brenner and Izhakian(2018)은 위험과 모호성, 그리고 주식수익률의 관계를 연구하여 모호성이 경기상황에 따라 불황에서는 증가하는 반면, 호황에서는 감소하는 것을 발견하였다. 즉, 불황에서는 그 관계가 유의하게 양(+)인 반면, 호황에서는 둘 사이에 통계적으로 유의한 음(-)의 관계를 발견하였다. 이는 위험회피성향의 투자자가 불황에서는 모호성을 회피하고 호황에서는 모호성을 추구할 가능성을 시사한다. 이러한 연구들을 바탕으로, 이 절에서는 호황에서 유동성투자자가 모호성을 추구한다고 가정한다.

그렇다면 유동성투자자의 수요(x_L)는 다음과 같이 도출된다.

$$x_L(P, p) = \begin{cases} \frac{E_{\underline{\mu}}(f|p) - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)} = \frac{\underline{p} - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)}, & \text{if } p < E_{\underline{\mu}}(f|p) \\ 0, & \text{if } p \in [E_{\underline{\mu}}(f|p), p_0] \\ \frac{2\{E_{\mu_0}(f|p) - p\}}{A \cdot \text{Var}(f|p)} = \frac{2(p_0 - p)}{A \cdot \text{Var}(f|p)}, & \text{if } p \in [p_0, E_{\bar{\mu}}(f|p)] \\ \frac{E_{\bar{\mu}}(f|p) - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)} = \frac{\bar{p} - p}{A \cdot \text{Var}(f|p)}, & \text{if } p > E_{\bar{\mu}}(f|p) \end{cases} \quad (2-24)$$

이러한 결과는 모호성을 추구하는 유동성투자자의 수요가 모호성중립성향의 유동성투자자보다 많다는 것을 의미하는 것으로, 모호성을 추구하는, 즉 낙관적인 투자자의 주식에 대한 수요가 상대적으로 더 많다는 Puri and Robinson(2007)의 연구와 일치하는 결과이다. 그리고 모형 II 에서 위험자산의 균형가격은 다음과 같다.

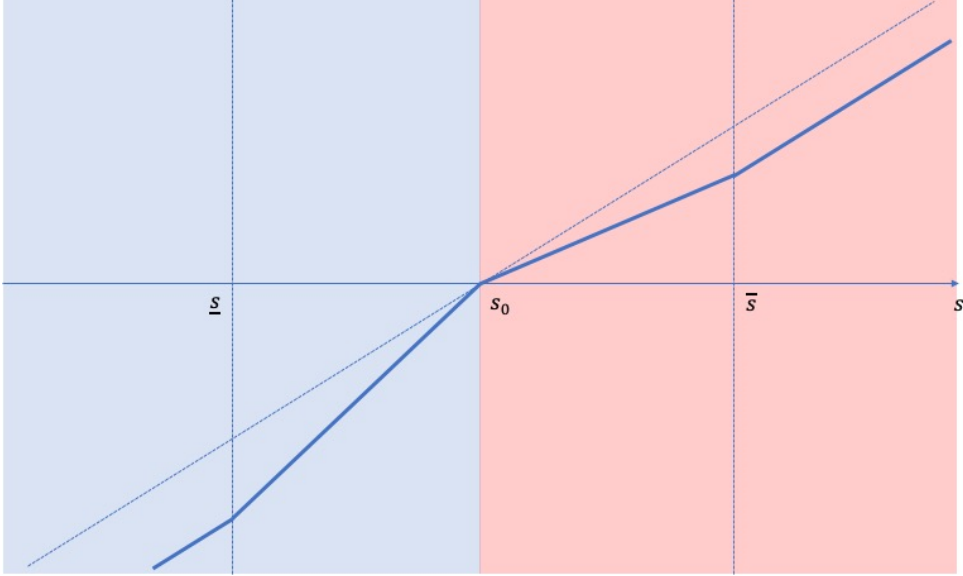
$$P(s) = \begin{cases} \underline{a} + b_1 \cdot s, & s < \underline{s} \\ a + b_0 \cdot s, & s \in [\underline{s}, s_0] \\ a + b_2 \cdot s, & s \in [s_0, \bar{s}] \\ \bar{a} + b_1 \cdot s, & s > \bar{s} \end{cases}, \text{ where}$$

$$\begin{aligned} \bar{a} = & \frac{-\lambda^3(1-\lambda) \cdot A \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 - \lambda(1-\lambda) \cdot A^3 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^4 \cdot \sigma_\epsilon^4 - \lambda(1-\lambda) \cdot A^3 \cdot \sigma_Z^4 \cdot \sigma_\epsilon^6}{\{\lambda^2 \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\} \{\lambda^2(2-\lambda) \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + (2-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\}} \bar{\mu} \\ & - \frac{\{\lambda^4(1-\lambda) \cdot \sigma_\theta^4 + \lambda^2(1-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^4 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + \lambda^2(1-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\} \cdot \mu_Z}{\{\lambda^2 \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\} \{\lambda^2(2-\lambda) \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + (2-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\}} \\ & - \frac{\{\lambda^2(1-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4 + (1-\lambda) \cdot A^4 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^4 \cdot \sigma_\epsilon^6 + (1-\lambda) \cdot A^4 \cdot \sigma_Z^4 \cdot \sigma_\epsilon^8\} \cdot \mu_Z}{\{\lambda^2 \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\} \{\lambda^2(2-\lambda) \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + (2-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4\}} \\ & - \frac{A \cdot \sigma_\epsilon^2}{\lambda} \mu_Z, \\ b_2 = & \frac{\lambda(2-\lambda) \cdot \sigma_\theta^2 + A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4}{\lambda^2(2-\lambda) \cdot \sigma_\theta^2 + \lambda \cdot A^2 \cdot \sigma_\theta^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^2 + (2-\lambda) \cdot A^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sigma_\epsilon^4} \end{aligned} \quad (2-25)$$

그렇다면 신호에 대한 자산의 균형가격은 <그림 2-3>과 같이 불황 뿐 아니라 호황에서도 모호성을 나타내는 선택확률분포에 따라 꺾이는 형태가 된다.

<그림 2-3> 신호에 대한 위험자산의 균형가격: 모형 II

이 그림의 실선은 모형 II, 즉 유동성투자자가 호황기에 모호성추구, 불황기에 모호성회피의 효용함수를 가질 때, 신호에 대한 위험자산의 균형가격이다. 점선은 Grossman and Stiglitz(1980) 모형에서의 균형가격을 나타낸다.



다음으로 호황변동성과 불황변동성의 구성요소를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_G^2 &= \int_{s_0}^{\infty} \{b_0 \cdot s - P(s) - E(R_2)\}^2 \cdot n(s) ds \\
 &= (b_0 - b_2)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[1 - \frac{s^* n(s^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} - \left\{ \frac{n(s^*) - n(s_0^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} \right\}^2 \right] \\
 &\quad + 2(b_0 - b_2) \cdot \sigma_s \cdot E(R_2) \frac{n(s^*) - n(s_0^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} \\
 &\quad + (b_0 - b_1)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[1 + \frac{s^* n(s^*)}{1 - N(s^*)} - \left(\frac{n(s^*)}{1 - N(s^*)} \right)^2 \right] \\
 &\quad + 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot \{E(R_2) + \bar{a}\} \frac{n(s^*)}{1 - N(s^*)} \\
 &\quad + \left(\bar{a}^2 + 2\bar{a} \cdot E(R_2) \right) \cdot N(\underline{s}) + \frac{\{E(R_2)\}^2}{2}
 \end{aligned} \tag{2-26}$$

$$\begin{aligned}
 Cov_G &= b_0 \cdot (b_0 - b_2) \cdot \sigma_z^2 \cdot \left[1 - \frac{s^* n(s^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} - \left\{ \frac{n(s^*) - n(s_0^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} \right\}^2 \right] \\
 &\quad + b_0 \cdot (b_0 - b_1) \cdot \sigma_z^2 \cdot \left[1 + \frac{s^* n(s^*)}{1 - N(s^*)} - \left(\frac{n(s^*)}{1 - N(s^*)} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{2-27}$$

$$\sigma_B^2 = \int_{-\infty}^{s_0} \{b_0 \cdot s - P(s) - E(R_2)\}^2 \cdot n(s) ds$$

$$\begin{aligned}
&= (b_0 - b_1)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[1 + \frac{s^* \cdot n(s^*)}{1-N(s^*)} - \left(\frac{n(s^*)}{1-N(s^*)} \right)^2 \right] \\
&+ 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot \{E(R_2) + \underline{a}\} \frac{n(s^*)}{1-N(s^*)} \\
&+ \left(\underline{a}^2 + 2\underline{a} \cdot E(R_2) \right) \cdot N(\underline{s}) + \frac{\{E(R_2)\}^2}{2}
\end{aligned} \tag{2-28}$$

$$Cov_B = b_0 \cdot (b_0 - b_1) \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[1 + \frac{s^* \cdot n(s^*)}{1-N(s^*)} - \left(\frac{n(s^*)}{1-N(s^*)} \right)^2 \right] \tag{2-29}$$

여기서 $E(R_2) = (b_0 - b)^2 \cdot \sigma_s \cdot \frac{n(s_0^*) - n(s^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} - (\underline{a} + \bar{a}) \cdot N(\underline{s})$ 이고, 따라서 상대적 변동성은 다음과 같이,

$$\begin{aligned}
&Var_G(R) - Var_B(R) \\
&= (b_0 - b_2)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot \left[1 - \frac{s^* n(s^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} - \left\{ \frac{n(s^*) - n(s_0^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} \right\}^2 \right] \\
&+ 2(b_0 - b_2) \cdot \sigma_s \cdot E(R_2) \frac{n(s^*) - n(s_0^*)}{N(s^*) - \frac{1}{2}} \\
&- 2(b_0 - b_1) \cdot \sigma_s \cdot \{2E(R_2) + \underline{a} + \bar{a}\} \frac{n(s^*)}{1-N(s^*)} \\
&+ (\bar{a} - \underline{a}) \{ \bar{a} + \underline{a} + 2E(R_2) \} \cdot N(\underline{s})
\end{aligned} \tag{2-30}$$

그 부호가 확정적이지 않은 것을 알 수 있다. 이를 확인하기 위해 $\bar{\mu}$ 에 따른 모형 II에서의 상대적 변동성을 그림으로 나타내면, <그림 2-4>와 같이 모호성의 정도가 작을 때 음(-)의 상대적 변동성, 즉 비대칭적 변동성이 나타나는 것을 확인할 수 있다.³⁹

이 모형에서 유동성투자자가 증가하면 자산순수익의 변동성도 증가하기 때문에, 상대적 변동성이 $\bar{\mu}$ 에 의해 달라지는 것은 유동성투자자의 시장참여에서 그 원인을 찾을 수 있다. $\bar{\mu}$ 가 감소하면 호황에서는 유동성투자자의 수요가 큰 구간($[\mu_0, \bar{\mu}]$)이 작아지는 반면, 불황에서는 유동성투자자가 참여하는 구간($(-\infty, \underline{\mu}]$)이 커진다.⁴⁰ 즉, $\bar{\mu}$ 가 감소하면 불황에서 유동성투자자의 시장참여가 늘어나고, 호황에서는 그 참여가 줄어든다. 따라서 모호성의 정도가 작을수록

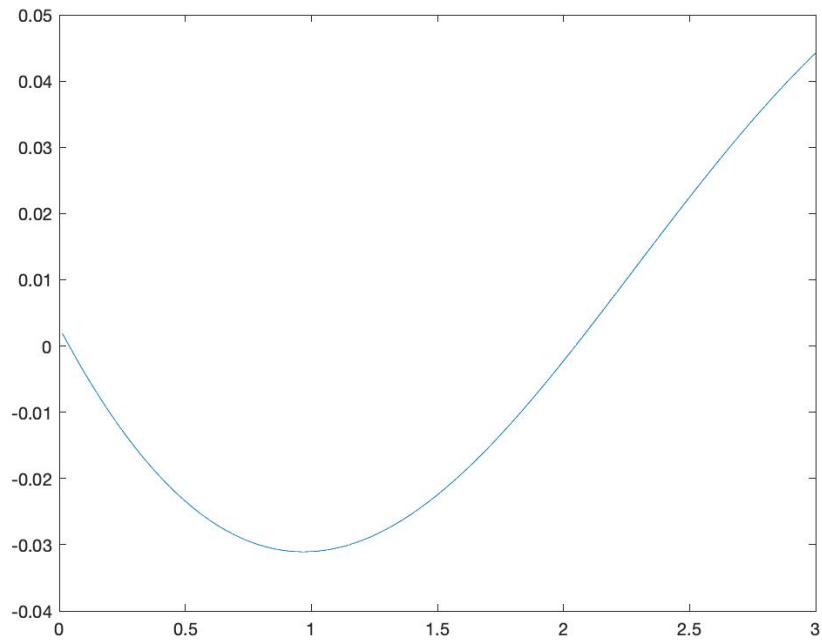
³⁹ 이 절에서 \bar{s} 가 아닌 $\bar{\mu}$ 를 이용하여 분석하는 이유는, 외생변수인 모호성의 정도에 의한 영향을 직접적으로 확인하기 위함이다.

⁴⁰ 이 분석에서 $\underline{\mu}$ 와 $\bar{\mu}$ 는 대칭적이기 때문에, 모호성의 정도가 감소하면 $\bar{\mu}$ 와 $\underline{\mu}$ 가 함께 감소한다.

불황변동성이 증가하고 호황변동성은 감소하기 때문에, 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 커지는 것이다.

<그림 2-4> 상대적 변동성: 모형 II

이 그림은 $\bar{\mu}$ 의 변화에 따른 모형 II의 상대적 변동성을 나타낸다. 세로축은 상대적 변동성을, 가로축은 $\bar{\mu}$ 를 나타낸다. $\bar{\mu}$ 의 범위는 0부터 2까지이고, 각 모수는 $\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_\epsilon = 1$, $\mu_z = 0$, 그리고 $\lambda = 0.2$ 로 설정하였다. 상대적 변동성은 $\bar{\mu}$ 가 작은 경우, 즉 모호성이 크지 않을 때 음(-)의 값을 가지고, 비대칭적 변동성이 나타난다.



2) 내생적으로 λ 를 결정하는 경우

모형 II에서 상대적 변동성의 부호를 결정하는 유일한 변수는 \bar{s} 이다. $\bar{s} = \frac{\lambda}{A\sigma_\epsilon^2} \bar{\mu}$ 이므로, \bar{s} 는 모호성의 정도($\Delta\mu$)에 비례한다. 이밖에도 \bar{s} 를 결정하는 변수는 A , σ_ϵ^2 와 λ 가 있다. 절대적인 위험회피계수(A)와 오차항의 변동성(σ_ϵ^2)이 클수록 \bar{s} 는 감소한다. 그리고 정보투자자의 비율인 λ 가 감소해도 \bar{s} 역시 감소하여, 비대칭적 변동성이 나타날 수 있다.

이 절에서는 정보구매를 내생화하여 λ 의 결정과정을 분석하고, 상대적 변동성에 영향을 미치는 요인을 다시 확인한다. 먼저, 정보 없는 투자로 인한 효용의 손실($\mathcal{L}(s; \mu)$)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁴¹

$$\mathcal{L}(s; \mu) = \begin{cases} \frac{(\underline{\mu} - \mu)^2 \cdot (1 - \eta)^2}{2A \cdot \sigma_{f|s}^2}, & s < \underline{s} \\ \bar{C}(s; \mu), & s \in [\underline{s}, \bar{s}] \\ -\frac{(\underline{\mu} - \mu)^2 \cdot (1 - \eta)^2}{2A \cdot \sigma_{f|s}^2}, & s > \bar{s} \end{cases} \quad (2-31)$$

여기서 $\eta \equiv \frac{\lambda^2 \sigma_\theta^2}{\lambda^2 \cdot \sigma_\theta^2 + A^2 \sigma_z^2 \sigma_\epsilon^4}$ 로 정의하고, $\sigma_{f|s}^2 = \sigma_\epsilon^2 + \frac{\sigma_\theta^2 \sigma_z^2}{\sigma_s^2}$, $\sigma_s^2 = \left(\frac{\lambda}{A \cdot \sigma_\epsilon^2}\right)^2 \sigma_\theta^2 + \sigma_z^2$ 이다. 그리고 $\bar{C}(s; \mu)$ 는 거래시점을 기준으로, 유동성투자자가 모호성에 대한 정보를 가졌을 경우, 즉 μ 를 알 때 기대효용의 확실성등가(certainty equivalent)이다.

이러한 효용의 손실은 정보구매를 통해 피할 수 있기 때문에, $\mathcal{L}(s; \mu)$ 를 정보에 의해 발생하는 효용의 증가분으로 해석할 수 있다. 즉, $\mathcal{L}(s; \mu)$ 가 클수록 정보의 가치가 더 크다. 그렇다면 정보를 구매하여 얻는 이득($\mathcal{G}(c, \lambda)$)은 다음과 같이 정의할 수 있고,

$$\mathcal{G}(c, \lambda) \equiv -\frac{1}{A} \ln \left(\frac{u_I(c, \lambda)}{u_L(\lambda)} \right) = \frac{1}{2A} \ln \left(\frac{\sigma_{f|s}^2}{\sigma_{f|\theta}^2} \right) - c + \frac{1}{A} \ln \left(\frac{E_\mu [e^{-A \cdot \{\bar{C}(s; \mu) - \mathcal{L}(s; \mu)\}}]}{E_\mu [e^{-A \cdot \bar{C}(\theta, s)}]} \right) \quad (2-32)$$

정보비용(c)의 크기에 따라 그 이득이 0이 되는 수준에서 λ 가 결정된다.

결정과정을 구체적으로 살펴보면 다음을 확인할 수 있다. 첫째, 정보비용이 클수록 λ 가 감소하여 유동성투자자가 많아진다. 둘째, $\sigma_\theta^2, \sigma_z^2$ 가 작을수록 λ 가 감소하지만, A 와 σ_ϵ^2 는 클수록 효용손실이 감소하여 λ 역시 감소한다. 이는 정보를 통해 해소할 수 있는 불확실성의 크기가 작고, 따라서 효용손실($\mathcal{L}(s; \mu)$)과 정보의 가치 역시 크지 않기 때문에 유동성투자자의 비율이 상승하는 것이라고 해석할 수 있다. 셋째, 모호성의 정도가 클수록 손실이 증가하기 때문에 정보의 가치 역시 상승한다.

⁴¹ 구체적인 도출과정은 Mele and Sangiorgi(2015)를 참고하라.

이를 정리하면 정보비용이 클수록, 그리고 정보의 가치가 작을수록 유동성투자자의 비율이 상승하는데, 이 조건 하에서 δ 역시 감소하는 것을 앞절에서 확인하였다. 따라서 유동성투자자의 비율($1 - \lambda$)이 클수록 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 커진다고 결론 내릴 수 있다.

IV. 비대칭적 변동성과 모호성에 대한 실증분석

이론적인 모형에 대한 분석에 이어, 이 장에서는 과거자료를 통해 추정한 모호성의 정도와 상대적 변동성의 관계를 실증적으로 분석하여, 현실에서 모형의 설명력을 검증한다. 이 모형의 예측이 맞다면, 모호성의 정도가 큰 자산의 상대적 변동성이 클 것이다. 그리고 모호성의 정도로 구성된 모호성 요인이 초과수익률에 대한 체계적인 설명력을 가지는지 확인한다.

이 연구의 분석기간은 1991년부터 2018년까지이고, 분석대상은 한국종합주가지수(KOSPI) 상장기업을 기업규모와 장부가치-시장가치의 비율(이하 BM)의 크기에 따라 각각을 5개로 정렬하여 구성된 25개의 포트폴리오이다. 개별주식이 아니라 포트폴리오를 분석대상으로 하는 이유는, Merton(1980)에 따르면 시계열상 조건부수익률과 조건부변동성 사이의 양(+)의 관계가 시장포트폴리오에서 나타나기 때문이다. <표 2-1>은 각 포트폴리오의 초과수익률과 비정상수익률(AR)의 평균과 표준편차를 나타낸다. 25개 포트폴리오 초과수익률의 평균과 표준편차를 나타내는 Panel A에서는 BM과 무관하게 기업규모가 큰 포트폴리오에 비해 규모가 작은 포트폴리오의 초과수익률이 크고, 또 기업규모와 무관하게 BM이 낮은 포트폴리오에 비해 BM이 높은 포트폴리오의 초과수익률이 일관되게 큰 것을 확인할 수 있다. 즉, 한국의 주식시장에도 규모프리미엄(size premium)과 가치프리미엄(value premium)이 존재한다. 반면, 각 포트폴리오 AR의 평균과 표준편차를 나타내는 Panel B에서는 그 평균이 0에 매우 가깝고, 기업규모와 BM에 대해 일관된 관계를 가지지 않는다는 것을 확인할 수 있다. 이는 이미 알려진 위험요인(risk factor)인 규모요인이나 가치요인으로 AR을 설명할 수 없다는 것을 의미하는 것으로, AR이 다른 차원의 불확실성, 즉 모호성에 의해 설명될 수 있는 가능성을 시사한다.

<표 2-1> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 수익률

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 장부가치-시장가치 비율(BM)에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Size 1(5)은 기업규모가 가장 큰(작은) 포트폴리오이고, BM1(5)은 BM 이 가장 높은(낮은) 포트폴리오이다. Panel A 는 각 포트폴리오 초과수익률의 평균과 표준편차(괄호 안)를 나타내고, Panel B 는 각 포트폴리오 비정상수익률의 평균과 표준편차(괄호 안)를 나타낸다.

자료출처: DataGuide

Panel A: 25 개 포트폴리오의 초과수익률						
	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	0.0210 (0.1875)	0.0206 (0.2044)	0.0147 (0.1595)	0.0019 (0.1517)	0.0156 (0.1703)	0.0054 (0.1389)
Size2	0.0306 (0.2371)	0.0092 (0.1717)	0.0098 (0.1671)	0.0011 (0.1857)	-0.0017 (0.2011)	0.0323 (0.2055)
Size3	0.0389 (0.2234)	0.0198 (0.1953)	0.0074 (0.1866)	0.0025 (0.1835)	0.0004 (0.2285)	0.0385 (0.2296)
Size4	0.0578 (0.2908)	0.0255 (0.2007)	0.0256 (0.2022)	0.0112 (0.1954)	0.0088 (0.2443)	0.0490 (0.2883)
Size5	0.0792 (0.2625)	0.0574 (0.2100)	0.0509 (0.2116)	0.0599 (0.2765)	0.0266 (0.2430)	0.0527 (0.1956)
Big-Small	-0.0583 (0.2262)	-0.0369 (0.1791)	-0.0363 (0.1854)	-0.0580 (0.2637)	-0.0110 (0.2352)	
Panel B: 25 개 포트폴리오의 비정상수익률						
	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	-2.14E-18 (0.0902)	1.18E-17 (0.0783)	2.26E-18 (0.0695)	4.71E-18 (0.0614)	1.18E-17 (0.0780)	-1.34E-17 (0.1384)
Size2	3.84E-18 (0.1348)	8.92E-18 (0.0872)	5.58E-19 (0.0853)	3.10E-18 (0.1082)	9.54E-18 (0.1296)	-7.93E-18 (0.2012)
Size3	-1.21E-17 (0.1564)	8.80E-18 (0.1079)	5.45E-18 (0.1231)	5.95E-18 (0.1231)	5.45E-18 (0.1707)	-1.34E-17 (0.2294)
Size4	-2.97E-18 (0.1985)	1.30E-18 (0.1290)	4.83E-18 (0.1448)	8.05E-18 (0.1374)	1.08E-17 (0.1911)	-1.39E-17 (0.2819)
Size5	8.43E-18 (0.2182)	-4.40E-18 (0.1556)	1.24E-18 (0.1683)	-1.78E-17 (0.2502)	6.07E-18 (0.2137)	5.70E-18 (0.1933)
Big-Small	-6.44E-18 (0.2256)	1.08E-17 (0.1728)	8.67E-19 (0.1849)	3.04E-17 (0.2628)	6.26E-18 (0.2327)	

1. 모호성의 정도와 비대칭적 변동성

실증적으로 모호성을 추정하는 방법은 기업의 특성을 활용하는 방법[Jiang, Lee and Zhang(2005), Zhang(2006) 등]과 내재변동성을 이용하는 방법[Ehsani *et al.*(2013), Baltussen *et al.*(2018) 등]이 있다. 이 연구에서는 내재변동성을 활용하는 Ehsani *et al.*(2013)의 방법론을 적용한다. 그러나, 내재변동성의 분포가 아니라 예상하지 못한 수익률, 즉 비정상수익률(AR)의 분포를 활용하여 모호성을 추정한다. 모형에서 모호성의 정도가 기대수익의 분포로 정의되기 때문에, AR의 분포로 추정한 모호성은 이 모형의 모호성과 더 가까운 개념이다. 한국주식시장 포트폴리오의 AR 분포와 비교하는 대상, 즉 준거는 KOSPI의 AR 분포이다. 두 분포의 차이를 Kolmogorov-Smirnov 방법으로 측정하고, 추정된 KS 통계량을 해당 포트폴리오의 모호성 정도로 정의한다.

준거분포로 1) KOSPI의 AR을 선정한 방법(이하 KS_AR) 외에, 이 연구에서는 실증적인 모호성을 다양한 방법으로 측정한다. 2) 정규분포를 준거분포로 선정하는 방법(이하 KS_ARN), 3) 평균차감수익률을 기준으로 모호성을 측정하는 방법(이하 KS_DM), 마지막으로 4) 벤포드의 법칙을 이용하는 방법(이하 KS_BF)으로 모호성을 측정하였다. <표 2-2>은 상대적 변동성과 다양한 모호성 정도의 요약통계량과 각 변수들 사이의 상관관계를 나타낸다. Panel A는 요약통계량을 나타내고, Panel B에서는 Pearson의 방법으로, 그리고 Panel C에서는 Spearman의 방법으로 상관관계를 측정하였다. Pearson의 방법으로 측정한 경우, 모호성의 정도와 상대적 변동성 사이의 상관관계는 KS_AR, KS_ARN, KS_DM 순으로 각각 0.3026, 0.3256, 0.3277로 상당히 큰 양(+)의 값을 가진다. 그러나 KS_BF의 경우, 상대적 변동성과 양의 관계를 가지지만, 그 상관관계가 0.0606 수준으로 크지는 않았다. Spearman의 방법으로 측정한 경우, 상대적 변동성과 KS_AR, KS_ARN, KS_DM 사이의 상관관계는 Pearson 상관관계보다 커지지만, 벤포드의 법칙으로 구성한 모호성과의 상관관계는 감소하였다.

<표 2-2> 기초통계표

<표 2-1>은 1991년부터 2018년까지 기업규모와 BM으로 구성된 25개 포트폴리오의 상대적 변동성과 모호성 정도의 요약통계량과 각 변수들 사이의 상관관계를 나타낸다. 모호성의 정도는 준거분포를 1) KOSPI의 AR로 선정한 경우 KS_AR, 2) 정규분포로 선정한 경우 KS_ARN로 나타내었다. AR이 아니라 3) 평균차감수익률로 측정한 모호성의 정도는 KS_DM이고, 4) 벤포드의 법칙을 이용하여 측정한 모호성의 정도는 KS_BF로 나타내었다. Panel A는 각 변수의 요약통계량을 나타내고, Panel B는 Pearson의 방법으로, 그리고 Panel C는 Spearman의 방법으로 상관관계를 측정하였다.

Panel A: 요약통계량									
	Mean	Min	Q1	Median	Q3	Max	Skewness	Kurtosis	Std
상대적변동성	0.0330	-0.0859	-0.0048	0.0229	0.0596	0.1496	0.1831	3.0696	0.0522
KS_AR	0.5643	0.5000	0.5179	0.5536	0.6161	0.6429	0.2541	1.4985	0.0477
KS_ARN	0.4031	0.3663	0.3916	0.4024	0.4181	0.4443	0.0575	2.4341	0.0203
KS_DM	0.3559	0.3319	0.3456	0.3548	0.3650	0.3933	0.4760	3.1173	0.0146
Benford	0.0607	0.0268	0.0424	0.0536	0.0737	0.1339	0.9688	4.2088	0.0247

Panel B: Pearson correlation					
	상대적변동성	KS_AR	KS_ARN	KS_DM	KS_BF
상대적변동성	1.0000				
KS_AR	0.3026	1.0000			
KS_ARN	0.3256	0.0589	1.0000		
KS_DM	0.3277	0.1331	0.8788	1.0000	
KS_BF	0.0606	0.1540	-0.2247	-0.1650	1.0000

Panel C: Spearman correlation					
	상대적변동성	KS_AR	KS_ARN	KS_DM	KS_BF
상대적변동성	1.0000				
KS_AR	0.3571	1.0000			
KS_ARN	0.4320	0.1064	1.0000		
KS_DM	0.3500	0.1098	0.8525	1.0000	
KS_BF	0.0252	0.1196	-0.1242	-0.1009	1.0000

모호성의 정도가 작은 포트폴리오의 평균 상대적 변동성은, 모호성의 정도가 큰 포트폴리오의 평균 상대적 변동성보다 작다는 사실은 상당. 즉, 모호성의 정도가 작은 포트폴리오에서 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 더 크다는 것을

의미한다. 구성하는 포트폴리오의 수에 따라 다르지만, KS_DM 과 KS_BF 를 이용하는 경우에서 각각 1 개씩을 제외하면 일관된 것을 <표 2-3>에서 확인할 수 있다. 즉, 모호성이 작은 포트폴리오에서 비대칭적 변동성이 나타난다는 것으로, 이는 제 III 장의 모형 II가 예측하는 결과와 일치하는 것이다.

<표 2-3> 모호성의 추정방법에 따른 상대적 변동성의 차이

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, 모호성의 추정방법에 따른 상대적 변동성을 계산하였다. KS_AR 은 각 포트폴리오와 KOSPI 사이의 AR 분포 차이를, 그리고 KS_ARN 은 각 포트폴리오의 AR 분포와 정규분포의 차이를 나타낸다. KS_DM 은 각 포트폴리오의 평균차감수익률(demeaned return)과 정규분포의 차이를, 그리고 KS_BF 는 각 포트폴리오의 첫째 자릿수(first digits)의 분포와 벤포드 분포의 차이를 나타낸다. 분포의 차이는 Kolmogorov-Smimov 방법으로 측정하였다. 포트폴리오의 수는 상대적 변동성을 계산하기 위해 사용된 포트폴리오의 수로, 3 은 모호성의 정도가 큰 3 개 포트폴리오의 평균 상대적 변동성과 모호성이 작은 3 개 포트폴리오의 상대적 변동성 차이를 나타낸다.

포트폴리오의 수	KS AR	KS ARN	KS DM	KS BF
1	12.73%p	3.16%p	3.16%p	1.76%p
2	12.09%p	4.68%p	4.41%p	-1.51%p
3	11.21%p	4.02%p	7.69%p	3.64%p
4	10.57%p	1.11%p	7.41%p	5.89%p
5	9.13%p	1.78%p	1.66%p	5.18%p
6	6.93%p	4.85%p	0.30%p	2.09%p
7	3.94%p	4.70%p	-0.17%p	2.72%p

<표 2-4>는 각 포트폴리오의 상대적 변동성을 계산한 결과를 보여주고, KS_AR, KS_ARN, KS_DM, KS_BF 로 측정한 포트폴리오의 모호성 정도는 각각 <표 2-5>, <표 2-6>, <표 2-7>, <표 2-8>에 제시되어 있다. <표 2-5>부터 <표 2-8>까지에서 포트폴리오의 모호성 정도와 상대적 변동성 사이에 일반적인 패턴이 보이지 않으나, 기업규모에 따른 long-short 포트폴리오(Big-Small), 또는 BM 에 따른 long-short 포트폴리오(High-Low)를 구성하면 비교적 뚜렷한 패턴을 확인할 수 있다. <표 2-5>에서는 BM 이 높은 포트폴리오와 Size4 포트폴리오, <표 2-6>에서는 기업규모가 가장 작은 포트폴리오, <표 2-7>에서는 Size 1 과 Size 3 포트폴리오 등

일부를 제외하면 그 패턴이 상대적 변동성과 일치한다. 다만, 벤프드 법칙으로 측정한 모호성과 상대적 변동성 사이에는 뚜렷한 관계를 확인하기 어렵다.

<표 2-4> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 상대적 변동성

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Size 1(5)은 기업규모가 가장 큰(작은) 포트폴리오이고, BM1(5)은 BM 이 가장 높은(낮은) 포트폴리오이다. KOSPI 수익률의 중간값을 기준으로 호황과 불황을 나누고, 각 포트폴리오의 호황기와 불황기의 변동성 차이($\sigma_G^2 - \sigma_B^2$), 즉 상대적 변동성을 계산하였다. Big-Small 은 기업규모가 가장 큰 포트폴리오와 가장 작은 포트폴리오의 상대적 변동성 차이, High-Low 는 BM 이 가장 높은 포트폴리오와 가장 낮은 포트폴리오의 상대적 변동성 차이이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	0.0816	0.1164	0.0566	0.0545	0.0687	0.0130
Size2	0.0972	0.0334	-0.0052	0.0229	0.0120	0.0851
Size3	0.0534	0.0302	0.0154	-0.0047	0.0540	-0.0007
Size4	0.1496	-0.0175	-0.0109	0.0210	0.1065	0.0432
Size5	-0.0323	0.0067	-0.0107	-0.0859	0.0130	-0.0453
Big-Small	0.1139	0.1097	0.0673	0.1404	0.0557	

<표 2-5> 기업규모와 BM 으로 구성한 포트폴리오의 KS 통계량: KS_AR

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Size 1(5)은 기업규모가 가장 큰(작은) 포트폴리오이고, BM1(5)은 BM 이 가장 높은(낮은) 포트폴리오이다. 각 포트폴리오의 모호성은 포트폴리오와 KOSPI 사이의 AR 분포 차이를 Kolmogorov-Smirnov 통계량을 이용하여 계산하였고, Big-Small 는 기업규모가 가장 큰 포트폴리오와 가장 작은 포트폴리오의 KS 통계량 차이, High-Low 는 BM 이 가장 높은 포트폴리오와 가장 낮은 포트폴리오의 KS 통계량 차이이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	0.6429	0.6875	0.6429	0.5893	0.5804	0.0625
Size2	0.6518	0.6250	0.6071	0.5804	0.5714	0.0804
Size3	0.5804	0.6161	0.5982	0.5804	0.5804	-0.0000
Size4	0.5982	0.5714	0.5446	0.5893	0.6429	-0.0446
Size5	0.6161	0.6339	0.5893	0.6429	0.6429	-0.0268
Big-Small	0.0268	0.0536	0.0536	-0.0536	-0.0625	

<표 2-6> 기업규모와 BM 으로 구성한 포트폴리오의 KS 통계량: KS_ARN

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Size 1(5)은 기업규모가 가장 큰(작은) 포트폴리오이고, BM1(5)은 BM 이 가장 높은(낮은) 포트폴리오이다. 각 포트폴리오의 모호성은 포트폴리오의 AR 분포와 정규분포와의 차이를 Kolmogorov-Smirnov 통계량을 이용하여 계산하였고, Big-Small 는 기업규모가 가장 큰 포트폴리오와 가장 작은 포트폴리오의 KS 통계량 차이, High-Low 는 BM 이 가장 높은 포트폴리오와 가장 낮은 포트폴리오의 KS 통계량 차이이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	0.3568	0.3640	0.3643	0.3893	0.3711	-0.0144
Size2	0.3627	0.3639	0.3681	0.3298	0.3390	0.0237
Size3	0.3521	0.3668	0.3573	0.3447	0.3597	-0.0076
Size4	0.3504	0.3486	0.3518	0.3597	0.3382	0.0122
Size5	0.3363	0.3349	0.3484	0.3433	0.3466	-0.0103
Big-Small	0.0205	0.0290	0.0158	0.0460	0.0245	

<표 2-7> 기업규모와 BM 으로 구성한 포트폴리오의 KS 통계량: KS_DM

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Size 1(5)은 기업규모가 가장 큰(작은) 포트폴리오이고, BM1(5)은 BM 이 가장 높은(낮은) 포트폴리오이다. 각 포트폴리오의 모호성은 포트폴리오의 평균차감수익률 분포와 정규분포와의 차이를 Kolmogorov-Smimov 통계량을 이용하여 계산하였고, Big-Small 는 기업규모가 가장 큰 포트폴리오와 가장 작은 포트폴리오의 KS 통계량 차이, High-Low 는 BM 이 가장 높은 포트폴리오와 가장 낮은 포트폴리오의 KS 통계량 차이이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	0.3694	0.3715	0.3736	0.3933	0.3761	-0.0067
Size2	0.3513	0.3724	0.3613	0.3319	0.3322	0.0191
Size3	0.3590	0.3573	0.3635	0.3494	0.3517	0.0073
Size4	0.3458	0.3553	0.3527	0.3552	0.3435	0.0024
Size5	0.3411	0.3449	0.3548	0.3363	0.3534	-0.0124
Big-Small	0.0283	0.0266	0.0188	0.0569	0.0227	

<표 2-8> 기업규모와 BM 으로 구성한 포트폴리오의 KS 통계량: KS_BF

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Size 1(5)은 기업규모가 가장 큰(작은) 포트폴리오이고, BM1(5)은 BM 이 가장 높은(낮은) 포트폴리오이다. 각 포트폴리오의 모호성은 포트폴리오의 첫째 자릿수의 분포와 벤포드 분포의 차이를 Kolmogorov-Smimov 통계량을 이용하여 계산하였고, Big-Small 는 기업규모가 가장 큰 포트폴리오와 가장 작은 포트폴리오의 KS 통계량 차이, High-Low 는 BM 이 가장 높은 포트폴리오와 가장 낮은 포트폴리오의 KS 통계량 차이이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5	High-Low
Size1	0.0536	0.0357	0.0804	0.0268	0.0536	0.0000
Size2	0.0625	0.0357	0.0714	0.0357	0.0536	0.0089
Size3	0.0893	0.0625	0.0446	0.0268	0.0714	0.0179
Size4	0.0804	0.0804	0.0446	0.0536	0.0625	0.0179
Size5	0.0714	0.0982	0.0536	0.0357	0.1339	-0.0625
Big-Small	-0.0179	-0.0625	0.0268	-0.0089	-0.0804	

2. 모호성의 정도와 포트폴리오의 수익률: 모호성 요인

다양한 방법으로 측정한 모호성은 위험요인(risk factor)으로 활용될 수 있다. Brenner and Izhakian(2018)은 Rothschild and Stiglitz(1970)의 MPS(mean-preserving spread)를 응용하여 불확실한 확률분포의 변동성을 모호성이라고 정의하였는데, 이들의 연구에 의하면 모호성으로 구성된 요인을 위험요인으로 추가하면 포트폴리오 알파가 유의미하게 감소된다. 이 분석에서는 모호성이 큰 포트폴리오를 매입하고 모호성이 작은 포트폴리오를 매도하는 long-short 포트폴리오의 수익률을 모호성 요인(ambiguity factor)으로 정의하여, 포트폴리오의 초과수익률에 대한 설명력을 확인한다.

1) Kolmogorov-Smirnov 방법으로 모호성을 추정하는 경우

<표 2-9>는 KS 통계량을 이용해 각 방법으로 구성된 모호성 요인의 상관관계를 나타낸다. Pearson의 방법으로 계산한 상관관계인 Panel A에서 KSF_DM과 KSF_BF 사이의 상관관계를 제외하면 모두 유의한 관계를 가지는 것을 확인할 수 있다. 다만, 벤포드 법칙을 이용하여 구성된 모호성 요인은 다른 변수들과 음(-)의 관계를 가지는 것을 확인할 수 있다. 그러나 Spearman의 방법으로 계산한 Panel B에서는 모든 모호성 요인이 통계적으로 유의한 상관관계를 가진다.

포트폴리오 수익률에 대한 모호성 요인의 설명력은, Fama-French 3 요인에 모호성 요인을 추가한 모형과 가장 널리 사용되는 Fama-French 3 요인 모형의 알파를 비교하여 확인할 수 있다. 먼저, <표 2-10>은 Fama-French 3 요인 모형만으로 계산한 포트폴리오의 알파를 보여주고, <표 2-11>부터 <표 2-14>까지는 시장모형에 모호성 요인으로 KSF_AR, KSF_ARN, KSF_DM, KSF_BF를 각각 추가하여 분석한 포트폴리오의 알파를 나타낸다.

<표 2-9> Kolmogorov-Smirnov 방법으로 구성된 모호성 요인의 상관관계

1991년부터 2018년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM에 따라 각각 5개로 정렬하여 포트폴리오의 모호성을 KS_AR, KS_ARN, KS_DM, KS_BF를 기준으로 측정하고, 그 값이 큰 3개의 포트폴리오와 작은 3개의 포트폴리오의 평균수익률 차이로 각각 KSF_AR, KSF_ARN, KSF_DM, KSF_BF의 모호성 요인을 구성하였다. Panel A는 Pearson의 방법으로, 그리고 Panel B는 Spearman의 방법으로 계산한 상관관계를 제시한다. *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의함을 의미한다.

Panel A: Pearson correlation				
	KSF_AR	KSF_ARN	KSF_DM	KSF_BF
KSF_AR	1.0000			
KSF_ARN	0.3904**	1.0000		
KSF_DM	0.3548**	0.7191**	1.0000	
KSF_BF	-0.2855**	-0.5789**	-0.1113	1.0000

Panel B: Spearman correlation				
	KSF_AR	KSF_ARN	KSF_DM	KSF_BF
KSF_AR	1.0000			
KSF_ARN	0.4315**	1.0000		
KSF_DM	0.4701**	0.6774**	1.0000	
KSF_BF	-0.2095**	-0.6421**	-0.2445**	1.0000

Fama-French 3 요인을 이용한 결과인 <표 2-10>에서는 10% 유의수준에서 13개, 그리고 5% 유의수준에서 10개의 포트폴리오 알파가 통계적으로 0과 다르다. 그러나 <표 2-11>부터 <표 2-14>까지의 결과에서 모호성 요인을 추가하면 통계적으로 유의미하게 0과 다른 알파가 상당히 감소한다는 것을 확인할 수 있다. KSF_AR, KSF_ARN, KSF_DM을 모호성 요인으로 추가한 경우, 10% 유의수준에서 각각 8, 13, 9개이고, 5% 수준에서는 각각 4, 8, 7개로 상당히 감소한다. 특히 벤포드 법칙을 이용한 경우, 10% 유의수준에서 4개, 5% 유의수준에서 2개로 그 숫자가 큰 폭으로 감소한다. 따라서 모호성 요인이 포트폴리오 수익률에 대해 체계적인 설명력을 가진다고 해석할 수 있다.

<표 2-10> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: Fama-French 3 요인

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형을 이용하여 포트폴리오의 알파를 계산하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0008 (0.1155)	-0.0005 (-0.0655)	0.0084 (1.2460)	-0.0117** (-1.9925)	0.0153** (2.3596)
Size2	-0.0158* (-1.9784)	-0.0185** (-2.6293)	-0.0084 (-1.0780)	-0.0098 (-1.0147)	-0.0137 (-1.5312)
Size3	-0.0153** (-2.0187)	-0.0169** (-2.1569)	-0.0265** (-2.7607)	-0.0251** (-2.8097)	-0.0157* (-1.8156)
Size4	-0.0120 (-1.2221)	-0.0188** (-2.7048)	-0.0147 (-1.5503)	-0.0175** (-2.2304)	-0.0106 (-1.0457)
Size5	0.0030 (0.5018)	0.0141* (1.7692)	0.0026 (0.4798)	0.0073 (0.8525)	-0.0147** (-2.0663)

<표 2-11> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_AR

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 KS_AR 을 기준으로 그 값이 가장 큰 3 개와 가장 작은 3 개의 포트폴리오의 평균수익률 차이로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0074 (0.8567)	0.0029 (0.3913)	0.0040 (0.6061)	-0.0086 (-1.4673)	0.0044 (0.6134)
Size2	0.0095 (0.8295)	-0.0052 (-0.8374)	-0.0040 (-0.6506)	-0.0135 (-1.4931)	-0.0182* (-1.8923)
Size3	0.0210* (1.7295)	0.0026 (0.3408)	-0.0078 (-1.0039)	-0.0126* (-1.8287)	-0.0180 (-1.5785)
Size4	0.0326* (1.9518)	0.0076 (1.1579)	0.0086 (1.1606)	-0.0050 (-0.6785)	-0.0104 (-0.8362)
Size5	0.0605** (3.8607)	0.0403** (4.7231)	0.0353** (3.5062)	0.0438** (2.4884)	0.0118 (0.7944)

<표 2-12> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_ARN

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 KS_ARN 을 기준으로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0072 (0.8036)	0.0023 (0.2882)	0.0064 (0.9420)	-0.0087 (-1.4223)	0.0135* (1.9300)
Size2	-0.0064 (-0.5279)	-0.0175** (-2.4669)	-0.0114 (-1.4528)	-0.0199* (-1.9456)	-0.0279** (-2.3068)
Size3	-0.0071 (-0.6169)	-0.0151* (-1.8323)	-0.0284** (-3.1441)	-0.0323** (-3.4987)	-0.0348** (-2.2671)
Size4	0.0007 (0.0462)	-0.0193** (-2.6943)	-0.0194** (-2.1514)	-0.0270** (-2.6084)	-0.0317* (-1.8849)
Size5	0.0080 (0.8211)	0.0054 (0.6827)	-0.0029 (-0.3518)	-0.0023 (-0.1301)	-0.0277* (-1.8458)

<표 2-13> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_DM

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 KS_DM 을 기준으로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0089 (1.0757)	0.0047 (0.6395)	0.0047 (0.7250)	-0.0079 (-1.3694)	0.0036 (0.4871)
Size2	0.0124 (0.9492)	-0.0050 (-0.6575)	-0.0048 (-0.7567)	-0.0157** (-1.9940)	-0.0214** (-2.8582)
Size3	0.0228 (1.5626)	0.0031 (0.3297)	-0.0080 (-0.8097)	-0.0140* (-1.7730)	-0.0215** (-2.2236)
Size4	0.0356* (1.8810)	0.0067 (0.7674)	0.0078 (0.7727)	-0.0068 (-0.8296)	-0.0135 (-1.1123)
Size5	0.0594** (3.3767)	0.0390** (3.6698)	0.0327** (3.2181)	0.0375** (2.9193)	0.0074 (0.5810)

<표 2-14> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KSF_BF

1991년부터 2018년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM에 따라 각각 5개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 KS_BF를 기준으로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0033 (0.3770)	-0.0036 (-0.5025)	0.0056 (0.8263)	-0.0063 (-1.0635)	0.0088 (1.2095)
Size2	-0.0057 (-0.5180)	-0.0105 (-1.3365)	-0.0049 (-0.5974)	-0.0082 (-0.7883)	-0.0130 (-1.0227)
Size3	0.0010 (0.0837)	-0.0062 (-0.6724)	-0.0122 (-1.0690)	-0.0111 (-0.9211)	-0.0142 (-0.8474)
Size4	0.0086 (0.5609)	0.0023 (0.1918)	0.0043 (0.3199)	-0.0081 (-0.6209)	-0.0114 (-0.6150)
Size5	0.0417** (2.2392)	0.0248** (1.9952)	0.0268* (1.7374)	0.0469* (1.9004)	0.0038 (0.1867)

2) Kullback-Leibler 방법으로 모호성을 추정하는 경우

이 연구에서 모호성의 정도는 분포의 차이로 측정한다. 이 절에서는 분포 사이의 차이를 측정하는 방법으로 Kullback-Leibler 방법을 이용한다.⁴² <표 2-15>는 Kullback-Leibler 방법으로 측정한 모호성으로 구성된 모호성 사이의 상관관계를 나타낸다. <표 2-9>와 마찬가지로 모호성 요인들 사이의 상관관계가 통계적으로 유의한 것을 확인할 수 있다. 다만, 그 상관관계가 1과 매우 가깝고, 벤포드 법칙을 이용한 경우 역시 양(+)의 관계를 가진다는 특징을 보인다.

⁴² 확률분포 $P(x), Q(x)$ 에 대해 Kullback-Leibler divergence의 정의는 다음과 같고,

$$KL = \sum_x P(x) \log \left(\frac{P(x)}{Q(x)} \right)$$

이 연구에서는 준거분포를 $P(x)$ 로 설정하였다.

<표 2-15> Kullback-Leibler 방법으로 구성된 모호성 요인의 상관관계

1991년부터 2018년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM에 따라 각각 5개로 정렬하여 포트폴리오의 모호성을 Kullback-Leibler 방법을 기준으로 측정하고, 그 값이 큰 3개의 포트폴리오와 작은 3개의 포트폴리오의 평균수익률 차이로 모호성 요인을 구성하였다. KLF_AR, KLF_ARN, KLF_DM, KLF_BF은 각각 포트폴리오의 AR과 KOSPI의 AR 분포, AR과 정규분포, 평균차감수익률과 정규분포, 그리고 첫째 자릿수의 분포와 벤포드 분포의 차이로 측정한 모호성을 이용한 모호성 요인이다. Panel A는 Pearson의 방법으로, 그리고 Panel B는 Spearman의 방법으로 계산한 상관관계를 제시한다. *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의함을 의미한다.

Panel A: Pearson correlation				
	KLF_AR	KLF_ARN	KLF_DM	KLF_BF
KLF_AR	1.0000			
KLF_ARN	0.9512**	1.0000		
KLF_DM	0.9279**	0.9025**	1.0000	
KLF_BF	0.9645**	0.9136**	0.9679**	1.0000

Panel B: Spearman correlation				
	KLF_AR	KLF_ARN	KLF_DM	KLF_BF
KLF_AR	1.0000			
KLF_ARN	0.9773**	1.0000		
KLF_DM	0.9568**	0.9557**	1.0000	
KLF_BF	0.9746**	0.9413**	0.9478**	1.0000

Kullback-Leibler 방법으로 측정한 모호성으로 구성된 모호성 요인은 Kolmogorov-Smirnov 방법을 이용한 모호성 요인보다 포트폴리오의 수익률에 대한 설명력이 더 강하다. 이는 <표 2-16>부터 <표 2-19>까지의 결과를 통해 확인할 수 있는데, KLF_AR, KLF_ARN, KLF_DM, KLF_BF를 모호성 요인으로 추가한 경우, 10% 유의수준에서 각각 6, 7, 8, 4개이고, 5% 수준에서는 각각 1, 2, 5, 1개로 대폭 감소한다. 따라서 Kullback-Leibler 방법으로 구성된 모호성 요인 역시 포트폴리오 수익률에 대해 체계적인 설명력을 가진다고 해석할 수 있다.

<표 2-16> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_AR

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 포트폴리오의 AR 과 KOSPI 의 AR 분포의 차이를 기준으로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0079 (1.3148)	0.0047 (0.6435)	0.0084 (1.2130)	-0.0107* (-1.7891)	0.0161** (2.4156)
Size2	-0.0039 (-0.6365)	-0.0090 (-1.5741)	0.0007 (0.1065)	0.0022 (0.2690)	-0.0023 (-0.3037)
Size3	-0.0064 (-0.9673)	-0.0052 (-0.8731)	-0.0161* (-1.8721)	-0.0146* (-1.8758)	-0.0037 (-0.5328)
Size4	-0.0064 (-0.6547)	-0.0102* (-1.7211)	-0.0070 (-0.7724)	-0.0104 (-1.4124)	-0.0014 (-0.1439)
Size5	0.0065 (1.0890)	0.0146* (1.7897)	0.0049 (0.8744)	0.0113 (1.3221)	-0.0110 (-1.5457)

<표 2-17> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_ARN

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 포트폴리오의 AR 과 정규분포의 차이를 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0076 (1.2890)	0.0033 (0.4444)	0.0089 (1.2949)	-0.0117* (-1.9426)	0.0136** (2.0642)
Size2	-0.0049 (-0.7957)	-0.0082 (-1.6062)	0.0040 (0.7819)	0.0034 (0.4572)	-0.0035 (-0.4535)
Size3	-0.0052 (-0.8746)	-0.0042 (-0.8412)	-0.0147* (-1.8553)	-0.0133* (-1.8823)	-0.0032 (-0.5065)
Size4	-0.0049 (-0.5202)	-0.0095* (-1.7448)	-0.0045 (-0.5424)	-0.0080 (-1.2284)	0.0021 (0.2548)
Size5	0.0028 (0.4518)	0.0185** (2.3608)	0.0058 (1.0712)	0.0083 (0.9569)	-0.0136* (-1.8761)

<표 2-18> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_DM

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 포트폴리오의 평균차감수익률과 정규분포의 차이를 기준으로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0031 (0.4618)	0.0013 (0.1733)	0.0072 (1.0522)	-0.0119** (-1.9998)	0.0146** (2.2041)
Size2	-0.0052 (-0.8962)	-0.0110* (-1.8607)	0.0019 (0.3391)	0.0025 (0.3388)	-0.0030 (-0.4221)
Size3	-0.0051 (-0.9376)	-0.0065 (-1.1493)	-0.0145* (-1.9790)	-0.0139** (-2.0435)	-0.0027 (-0.5053)
Size4	0.0001 (0.0142)	-0.0104* (-1.9134)	-0.0033 (-0.4496)	-0.0083 (-1.3241)	0.0040 (0.6096)
Size5	0.0030 (0.4952)	0.0211** (2.9417)	0.0044 (0.7941)	0.0026 (0.3141)	-0.0170** (-2.3674)

<표 2-19> 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오의 알파: KLF_BF

1991 년부터 2018 년까지의 분기별 자료를 이용하여, KOSPI 상장기업을 기업규모와 BM 에 따라 각각 5 개로 정렬하여 포트폴리오를 구성하였다. Fama-French 3 요인 모형에 모호성 요인(ambiguity factor)을 추가한 모형으로 포트폴리오의 알파를 계산하였다. 모호성 요인은 포트폴리오의 첫째 자릿수의 분포와 벤포드 분포의 차이를 기준으로 구성하였고, *, **는 각각 10%와 5% 수준에서 통계적으로 유의미함을 의미하며, 괄호 안은 t-값이다.

	BM1	BM2	BM3	BM4	BM5
Size1	0.0061 (0.9230)	0.0102 (1.5800)	0.0127* (1.8670)	-0.0107* (-1.7654)	0.0121* (1.8384)
Size2	0.0002 (0.0421)	-0.0072 (-1.2394)	0.0012 (0.1707)	-0.0028 (-0.2862)	-0.0058 (-0.6620)
Size3	-0.0010 (-0.1742)	-0.0048 (-0.7322)	-0.0138 (-1.6026)	-0.0118 (-1.5448)	-0.0001 (-0.0101)
Size4	-0.0022 (-0.2291)	-0.0105 (-1.6398)	-0.0003 (-0.0395)	-0.0014 (-0.2708)	0.0060 (0.7226)
Size5	0.0012 (0.1956)	0.0243** (3.3755)	0.0078 (1.4626)	0.0050 (0.5691)	-0.0079 (-1.1450)

V. 요약 및 결론

Black(1976)은 시계열 상에서 위험과 수익률 사이에 음(-)의 관계가 있다는 것을 발견하였다. 이러한 현상을 비대칭적 변동성이라고 부르는데, Black(1976), Christie(1982) 등은 레버리지 효과로 비대칭적 변동성을 설명하였다. Campbell(1987), Schwert(1989), Nelson(1991), Engle and Ng(1993), Glosten *et al.*(1993), Harvey(2001), Badshah *et al.*(2016), Jin(2017), Sun and Wu(2018) 등 많은 연구가 이를 지지하였다. 반면, French *et al.*(1987), Campbell and Hentschel(1992), Duffee(1995), Wu(2001), Ghysels *et al.*(2005), Ludvigson and Ng(2007) 등은 이러한 현상이 변동성피드백 효과에 기인한다고 주장하였다.

이 연구에서는 비대칭적 변동성과 모호성의 관계를 분석한다. 위험과 모호성은 미래의 불확실성이라는 공통분모를 가지지만, 비대칭적 변동성을 분석하는 연구 중에서 모호성을 고려하는 연구는 많지 않다. 이 연구에서는 비대칭적 변동성을 Grossman and Stiglitz(1980)의 정보비대칭모형으로 분석하면서, 유동성투자자가 모호성에 대한 태도를 가진다는 가정을 추가한다. 유동성투자자의 모호성에 대한 태도는 경기상황에 따라 변하는데, 불황에서 모호성을 회피하고, 호황에서는 모호성중립(모형 I) 또는 모호성추구(모형 II)의 효용함수를 갖는다. 모형 I에서는 호황변동성이 불황변동성보다 항상 크다. 그러나 모형 II에서는 모호성의 정도가 작을수록 비대칭적 변동성이 나타날 가능성이 커진다. 그리고 내생적인 정보구매를 고려한 분석을 통해, 비대칭적 변동성이 유동성투자자의 증가에 기인한다는 것을 이론적으로 보였다.

이 연구는 또한 모호성의 정도와 비대칭적 변동성의 관계를 실증적으로도 분석하였다. 모호성의 정도를 추정하기 위해 여러 가지 방법을 사용하였는데, 첫 번째 방법은 포트폴리오의 비정상수익률(AR) 분포와 시장포트폴리오의 AR 분포의 차이를 Kolmogorov-Smirnov의 통계량으로 측정하여 이를 모호성의 정도로 정의하였다. 두 번째 방법으로 포트폴리오의 AR 과 정규분포와의 차이, 세 번째 방법은 포트폴리오의 평균차감수익률과 정규분포의 차이, 마지막으로 첫째 자릿수의 분포와 벤프드 분포의 차이를 KS 통계량으로 측정하였다. 그 결과, 모호성이 작은 포트폴리오는 모호성이 큰 포트폴리오에 비해 불황변동성이 호황변동성보다 일관되게 큰 것으로 나타나 모형 II 를 지지하는 실증결과를 얻었다. 그리고 기업규모와 BM 으로 구성된 포트폴리오에서 모호성의 정도와

상대적 변동성이 유사한 패턴을 보인다는 것을 통해, 모호성의 정도와 상대적 변동성 사이의 양(+)의 관계를 확인하였다.

마지막으로 모호성의 정도로 구성된 위험요인, 즉 모호성 요인이 포트폴리오 알파의 통계적 유의성을 상당히 감소시킨다는 것을 보이며, 모호성 요인이 포트폴리오 수익률에 대해 체계적인 설명력을 가진다는 것을 확인하였다.

이 연구의 내용을 종합해보면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 이 모형을 통해 비대칭적 변동성을 이론적으로 보였으며, 비대칭적 변동성과 모호성의 관계, 그리고 유동성투자자가 비대칭적 변동성에 미치는 영향도 확인할 수 있었다. 그러나 비대칭적 변동성에 대한 연구는 아직 해결되지 않은 채, 그 원인이 레버리지 효과와 변동성피드백 효과 중 어느 쪽이 더 강한 설명력을 가지는지에 대한 논쟁의 대상으로 남아있다. 이 모형은 정보비대칭과 모호성을 고려하는 1 기간 모형이기 때문에 레버리지 효과와 변동성피드백 효과를 설명하는 데 한계가 있다. 따라서 다기간 모형으로 확장하거나, 부채비율 등 재무구조를 포함하는 방법 등을 통해, 레버리지 효과와 변동성피드백 효과를 직접적으로 다루는 모형에 대한 연구가 필요하다. 이에 대한 지속적인 후속연구를 기대한다.

참고문헌

- 김민직, 조재호, “정보비대칭과 모호성 하에서 비대칭적 변동성에 관한 연구,” *선물연구*, 출간예정.
- 김민직, 조재호, “한국시장에서의 주식프리미엄과 무위험이자율 의문현상: 외환위기 이후의 자료를 이용한 재검토,” *재무연구*, 출간예정.
- 김세완, 박기정, “우리나라 주식시장의 위험회피계수 추정에 대한 연구 – C-CAPM에서 CRRA와 Habit Formation 비교를 중심으로,” *산업경제연구* 25 (2012), 3197-3215.
- 김인수, 홍정훈, “우리나라 주식시장에서의 주식프리미엄 퍼즐에 관한 연구,” *재무연구* 21 (2008), 1-32.
- 독고윤, 박종원, 조재호, “한국 주식시장의 수익률 프리미엄에 관한 연구,” *재무연구* 14 (2001), 1-22.
- 심현정, “국제비교를 통해 본 우리나라 가계 자산 특징 및 시사점,” *미래에셋 은퇴리포트* 37 (2018), 1-12.
- 최원호, “소비습관과 주식수익률 프리미엄 현상: 한국증권시장에서의 검증,” *한국증권학회지* 40 (2011), 261-285.
- Abel, A. B., “Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses,” *American Economic Review* 80 (1990), 38-42.
- Ahn, D., S. Choi, D. Gale, and S. Kariv, “Estimating Ambiguity Aversion in a Portfolio Choice Experiment,” *Quantitative Economics* 5 (2014), 195-223.
- Amiram, D., Z. Bozanic, and E. Rouen, “Financial statement errors: evidence from the distributional properties of financial statement numbers,” *Review of Accounting Studies* 20 (2015), 1594–1595.
- Attanasio, O. P. and G. Weber, “Intertemporal Substitution, Risk Aversion and the Euler Equation for Consumption,” *The Economic Journal* 99 (1989), 59-73.
- Backus, D. K. and A. W. Gregory, “Theoretical Relations between Risk Premiums and Conditional Variances,” *Journal of Business and Economic Statistics* 11 (1993), 177-185.
- Badshah, I., B. Frijns, J. Knif, and A. Tourani-Rad, “Asymmetries of the Intraday Return-Volatility Relation,” *International Review of Financial Analysis* 48 (2016), 182-192.

- Baltussen, G., S. Bekkum, and B. Grient, "Unknown Unknowns: Uncertainty about Risk and Stock Returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 53 (2018), 1615-1651.
- Bansal, R. and A. Yaron, "Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles," *Journal of Finance* 59 (2004), 1481-1509.
- Barsky, R. B., "Why Don't the Prices of Stocks and Bonds Move Together?," *American Economic Review* 79 (1989), 1132-1145.
- Bekaert, G. and G. Wu, "Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets," *Review of Financial Studies* 13 (2000), 1-42.
- Benford, F., "The law of anomalous numbers," *Proceedings of the American Philosophical Society* 78 (1938), 551-572.
- Black, F., "Studies of Stock Market Volatility Changes," *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economics Statistics Section* 71 (1976), 177-181.
- Blume, M. E., and I. Friend, "The Asset Structure of Individual Portfolios and Some Implications for Utility Functions," *Journal of Finance* 30 (1975), 585-603.
- Blume, M. E., and I. Friend, "The Demand for Risky Assets," *American Economic Review* 65 (1975), 900-922.
- Bordalo, P., N. Gennaioli, and A. Shleifer, "Salience Theory of Choice under Risk," *Quarterly Journal of Economics* 127 (2012), 1243-1285.
- Brenner, M and Y. Izhakian, "Asset Pricing and Ambiguity: Empirical Evidence," *Journal of Financial Economics* 130 (2018), 503-531.
- Brown, D. P. and M. R. Gibbons, "A Simple Econometric Approach for Utility-Based Asset Pricing Models," *Journal of Finance* 40 (1985), 359-381.
- Campbell, J. Y., "Stock Returns and the Term Structure," *Journal of Financial Economics* 18 (1987), 373-399.
- Campbell, J. Y. and J. H. Cochrane, "By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior," *Journal of Political Economy* 107 (1999), 205-251.
- Campbell, J. Y., and L. Hentschel, "No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns," *Journal of Financial Economics* 31 (1992), 281-318.
- Campbell, J. Y. and N. G. Mankiw, "Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence," *NBER Macroeconomics Annual* 4 (1989), 185-246.
- Chae, J. and E. J. Lee, "Distribution uncertainty and expected stock returns," *Financial Research Letters* 25 (2018), 55-61.

- Choi, J. and M. Richardson, "The Volatility of a Firm's Assets and the Leverage Effect," *Journal of Financial Economics* 121 (2016), 254-277.
- Christie, A. A., "The Stochastic Behavior of Common Stock Variances," *Journal of Financial Economics* 10 (1982), 407-432.
- Cohn, A., J. Engelmann, E. Fehr, and M. A. Marechal, "Evidence for Countercyclical Risk Aversion: An Experiment with Financial Professionals," *American Economic Review* 105 (2015), 860-885.
- Constantinides, G. M., "Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle," *Journal of Political Economy* 98 (1990), 519-543.
- Duffee, G. R., "Stock Returns and Volatility: A Firm-Level," *Journal of Financial Economics* 37 (1995), 399-420.
- Ehsani S., T. Krause, and D. Lien, "An Empirical Index of Knightian Uncertainty," *Working paper* (2013).
- Engle, R. F. and V. K. Ng, "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility," *Journal of Finance* 48 (1993), 1749-1778.
- Epstein, L. G., "Risk Aversion and Asset Prices," *Journal of Monetary Economics* 22 (1988), 179-192.
- Epstein, L. G. and S. E. Zin, "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework," *Econometrica* 57 (1989), 937-969.
- Fama, E. F. and K. R. French, "Permanent and Temporary Components of Stock Prices," *Journal of Political Economy* 96 (1988), 246-273.
- French K. R., G. W. Schwert, and R. F. Stambaugh, "Expected Stock Returns and Volatility," *Journal of Financial Economics* 19 (1987), 3-29.
- Gali, J., "Keeping Up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choice, and Asset Prices," *Journal of Money, Credit, and Banking* 26 (1994), 1-8.
- Ghysels, E., P. Santa-Clara, and R. Valkanov, "There is a Risk-Return Trade-off After All," *Journal of Financial Economics* 76 (2005), 509-548.
- Gilboa, I. and D. Schmeidler, "Maxmin Expected Utility with Non-unique Prior," *Journal of Mathematical Economics* 18 (1989), 141-153.
- Glosten, L., R. Jagannathan, and D. Runkle, "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance* 48 (1993), 1779-1801.

- Grossman, S. J. and J. Stiglitz, "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets," *American Economic Review* 70 (1980), 393–408.
- Guiso, L., P. Sapienza, and L. Zingales, "Time Varying Risk Aversion," *Journal of Financial Economics* 128 (2018), 403–421.
- Guvenen, F., "Reconciling Conflicting Evidence on the Elasticity of Intertemporal Substitution: A macroeconomic perspective," *Journal of Monetary Economics* 53 (2006), 1451–1472.
- Hahn, J., Y. J. Kang, and Y. Sohn, "Discretionary Consumption and the Equity Premium: Evidence from Korea," *Asian Review of Financial Research* 30 (2017), 217–236.
- Hall, R. E., "Intertemporal Substitution in Consumption," *Journal of Political Economy* 96 (1988), 339–357.
- Hansen, L. P., "Beliefs, Doubts and Learning: Valuing Macroeconomic Risk," *Journal of Political Economy* 97 (2007), 1–30.
- Hansen, L. P. and R. Jaganathan, "Implications of Security Market Data for Models of dynamic Economies," *Journal of Political Economy* 99 (1991), 225–262.
- Hansen, L. P., and T. J. Sargent, "Robust Control and Model Uncertainty," *American Economic Review* 91 (2001), 60–66.
- Hansen, L. P., and T. J. Sargent, "Recursive Robust Estimation and Control without Commitment," *Journal of Economic Theory* 136 (2007), 1–27.
- Hansen, L. P., and T. J. Sargent, "Fragile Beliefs and the Price of Uncertainty," *Quantitative Economics* 1 (2010), 129–162.
- Hansen, L. P., and K. J. Singleton, "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica* 50 (1982), 1269–1286.
- Harvey, C. R., "The Specification of Conditional Expectations," *Journal of Empirical Finance* 8 (2001), 573–637.
- Hasanhodzic, J. and A. W. Lo, "Black's Leverage Effect is not Due to Leverage," *Working paper* (2011).
- Hassler, U. and M. Hosseinkouchack, "Testing the Newcomb-Benford Law: experimental evidence," *Applied Economics Letters* 26 (2019), 1762–1769.
- Hens, T. and S. C. Steude, "The Leverage Effect without Leverage," *Finance Research Letters* 6 (2009), 83–94.
- Jiang G., C. Lee, and Y. Zhang, "Information Uncertainty and Expected Returns," *Review of Accounting Studies* 10 (2005), 185–221.

- Ju, N., and J. Miao, "Ambiguity. Learning, and Asset returns," *Econometrica* 80 (2012), 559-591.
- Jin, X., "Time-varying Return-Volatility Relation in International Stock Markets," *International Review of Economics and Finance* 51 (2017), 157-173.
- Kim, K. H., "Counter-cyclical Risk Aversion," *Journal of Empirical Finance* 29 (2014), 384-401.
- Klibanoff, P., M. Marinacci, S. Mukerji, "A Smooth Model of Decision Making under Ambiguity," *Econometrica* 73 (2005), 1849-1892.
- Klibanoff, P., M. Marinacci, S. Mukerji, S., "Recursive Smooth Ambiguity Preferences," *The Journal of Economic Theory* 144 (2009), 930-976.
- Kocherlakota, N. R., "The Equity Premium: It's Still a Puzzle," *Journal of Economic Literature* 34 (1996), 42-71.
- Kreps, D. M. and E. L. Porteus, "Temporal Resolution of Uncertainty and Dynamic Choice Theory," *Econometrica* 46 (1978), 185-200.
- Kydland, F., and E. C. Prescott, "Time to Build and Aggregate Fluctuations," *Econometrica* 50 (1982), 1345-1371.
- Ley, E. "On the peculiar distribution of the U.S. stock indexes' digits," *The American Statistician* 50 (1996), 311-313.
- Lucas, E., "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica* 46 (1978), 1429-1445.
- Lucas, E., "Why Doesn't Capital Flow from Rich to Poor Countries?," *American Economic Review* 80 (1990), 92-96.
- Ludvigson, S. C. and S. Ng, "The Empirical Risk-Return Relation: A Factor Analysis Approach," *Journal of Financial Economics* 83 (2007), 171-222.
- Mehra, R. and E. C. Prescott, "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 15 (1985), 145-161.
- Mele, A. and F. Sangiorgi, "Uncertainty, Information Acquisition, and Price Swings in Asset Markets," *Review of Economic Studies* 82 (2015), 1533-1567.
- Merton, R. C., "On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation," *Journal of Financial Economics* 8 (1980), 323-361.
- Mir, T. A., M. Ausloos, and R. Cerqueti, "Benford's law predicted digit distribution of aggregated income taxes: the surprising conformity of Italian cities and regions," *The European Physical Journal B* 87 (2014).

- Mukherjee, S., "Can Benford's Law explain CEO pay?," *Corporate Governance: An International Review* 26 (2018), 143–156.
- Neely, C. J., A. Roy, and C. H. Whiteman, "Risk Aversion Versus Intertemporal Substitution: A Case Study of Identification Failure in the Intertemporal Consumption Capital Asset Pricing Model," *Journal of Business & Economic Statistics* 19-4 (2001), 395-403.
- Nelson, D. B., "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," *Econometrica* 59 (1991), 347-370.
- Newcomb, S., "Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers," *American Journal of Mathematics* 4 (1881), 39-40.
- Nigrini, M. J. and L. J. Mittermaier, "The use of Benford's Law as an aid in analytical procedures," *Auditing: A Journal of Practice and Theory* 16 (1997), 52-67.
- Nyberg, H., "Risk-Return Tradeoff in U.S. Stock Returns over the Business Cycle," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 47 (2012), 137-158.
- Park, K. Y. and K. H. Kim, "Explaining the Equity Premium in Korea," *Journal of Korean Economy* 10 (2009), 151-176.
- Parker, J.A. and C. Julliard, "Consumption Risk and the Cross-Section of Expected Returns," *Journal of Political Economy* 113-1 (2005), 185-222.
- Puri, M. and D. T. Robinson, "Optimism and Economic Choice", *Journal of Financial Economics* 86 (2007), 71–99.
- Riccioni, J. and R. Cerqueti, "Regular paths in financial markets: Investigating the Benford's law," *Chaos Solitons and Fractals* 107 (2018), 186-194.
- Rothschild, M., J. Stiglitz, "Increasing Risk: I. A Definition," *Journal of Economic Theory* 2 (1970), 225–243.
- Schmeidler, D., "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity," *Econometrica* 57 (1989), 571-587.
- Schwert, G. W., "Why Does Stock Market Volatility Change over Time?," *Journal of Finance* 44 (1989), 1115-1153.
- Seo, K., "Ambiguity and Second-order Belief," *Econometrica* 77 (2009), 1575-1605.
- Sharot, T., "The Optimism Bias," *Current Biology* 21 (2011), R941-R945.
- Shepperd, J. A., P. Carroll, J. Grace, and M. Terry, "Exploring the Causes of Comparative Optimism," *Psychologica Belgica* 42 (2002), 65-98.

- Sun, Y. and X. Wu, "Leverage and Volatility Feedback Effects and Conditional Dependence Index: A nonparametric study," *Journal of Risk and Financial Management* 11 (2018), 11-29.
- Todter, K. H, "Benford's Law as an Indicator of Fraud in Economics," *German Economic Review* 10 (2009), 339-351.
- Villas-Boas, S., Q. Fu, and G. Judge, "Is Benford's Law a Universal Behavioral Theory?," *Econometrics* 3 (2015), 698-708.
- Vissing-Jørgensen, A., "Limited Asset Market Participation and the Elasticity of Intertemporal Substitution," *Journal of Political Economy* 110-4 (2002), 825-853.
- Wang, J. and M. Yang, "On the Risk Return Relationship," *Journal of Empirical Finance* 21 (2013), 132-141.
- Weil, P., "The Equity Premium Puzzle and the Risk-free Rate Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 24 (1989), 401-421.
- Weil, P., "Nonexpected Utility in Macroeconomics," *Quarterly Journal of Economics* 24 (1990), 420-421.
- Weil, P., "Precautionary Savings and the Permanent Income Hypothesis," *Review of Economic Studies* 60 (1993), 367-383.
- Wu, G., "The Determinants of Asymmetric Volatility," *Review of Financial Studies* 14 (2001), 837-859.
- Yogo, M., "Estimating the Elasticity of Intertemporal Substitution When Instruments Are Weak," *Review of Economics and Statistics* 86-3 (2004), 797-810.
- Zhang, X. "Information Uncertainty and Stock Returns," *Journal of Finance* 61 (2006), 105-137.

Abstract

Two Essays on the Asset Pricing Theory

The Equity Premium Puzzle and the Asymmetric Volatility

Kim, Min-Jik

Finance, Business School

The Graduate School

Seoul National University

This thesis consists of two essays in asset pricing theory: the equity premium puzzle and the asymmetric volatility. The first essay analyzes the equity premium puzzle. The puzzle posed originally by Mehra and Prescott (1985) on the asset pricing model of Lucas (1978) consists of two parts: When asset returns predicted by the model are compared to their historical averages, the equity premium is too small and the risk-free rate is too large. These phenomena are referred to as the equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle, respectively. I found the correlation of the consumption growth and the KOSPI return is negative before the Asian currency crisis of 1997. In this paper, we re-examine these puzzles by using the sample data during the period from 1999 to 2017 because of the currency crisis and the correlation of the consumption growth and the market return. Most importantly, I extend the prior studies by adding five utility functions besides the time-additive expected utility and the non-expected utility of Epstein and Zin (1989) to explore their usefulness in resolving the two puzzles in Korea.

I take three approaches to carry out the task of this study. First, following Kocherlakota (1996), I perform statistical tests directly on the Euler equation that asset returns must satisfy in equilibrium. Second, I also apply a calibration method under which closed-form solutions (or their approximations) of asset returns are compared to their historical averages. Finally, I estimate the key parameters by GMM and compare the estimated parameters to the acceptable range of those parameters. The results of the three approaches will, by and large, turn out to be consistent in each case of the seven utility functions that we consider.

What I find in this study are as follows. Under the basic model that Mehra and Prescott used, the existence of the equity premium puzzle in Korea seems apparent now in the acceptable range of relative risk aversion coefficient (2-6). The risk-free puzzle gets even stronger as the risk-free interest rate has fallen significantly.

The non-expected utility function of Epstein and Zin (1989) makes no difference concerning equity premium puzzle as the equity premium is determined independently of intertemporal substitution. However, it can alleviate risk-free rate puzzle substantially if the intertemporal substitution parameter ρ is small. Our estimation of this parameter using the Korean data shows that it is between 0.252 and 0.887. In this range, the risk-free rate predicted by the model is close to its historical average.

The non-expected utility function with constant absolute risk aversion (CARA) has the potential to bring up the equity premium greatly. Since CARA is translated into increasing relative risk aversion, it makes a high degree of relative risk aversion acceptable. For the same reason, it brings the risk-free rate down further than the preceding utility function, other things being equal.

The non-expected utility function with ambiguity aversion, the degree of which is measured by η , can also be useful in explaining both puzzles. Under certain conditions, η replaces the role played by γ in the Epstein and Zin utility function. Since ambiguity aversion means, by definition, $\eta > \gamma$, it acts like strengthening risk aversion with γ kept reasonably low. This leads to higher equity premium and lower risk-free rate. However, given that the empirical magnitude of η is unknown, the usefulness of this utility function is quite restrictive.

Merits of the habit formation utility function vary with how habits are specified. A multiplicative external habit model using contemporaneous consumption helps explain risk-free rate puzzle. The reason is that the pricing kernel in this case boils down to the one under log utility ($\gamma = 1$). If γ equals one, however, it will worsen equity premium puzzle.

A multiplicative external habit model using lagged consumption weakens risk-free rate puzzle significantly, with equity premium puzzle intact. Inherently, it has the effect of magnifying the utility discount factor, and this will reduce the risk-free rate.

An additive external habit model using lagged consumption has a channel to resolve both puzzles simultaneously. A strong consumption habit increases the volatility of the pricing kernel, and its mean as well. This will raise the equity premium and lower the risk-free rate.

This model, however, has a shortcoming that the risk-free rate can easily be negative as the mean of the pricing kernel exceeds one if the consumption habit is over a certain threshold.

To sum up, except for the time-additive expected utility, each utility function that we consider can be useful for at least a partial resolution of the two puzzles found in Korea. In particular, the non-expected utility with CARA model, the ambiguity aversion model, and the additive external habit model have the potential to alleviate both puzzles simultaneously. Among the three, the non-expected utility with CARA model seems to be most successful, considering that the explanatory power of the rest is rather limited.

The second essay analyzes the asymmetric volatility under the ambiguity and the asymmetric information. The asymmetric volatility, first documented by Black(1976), is the negative intertemporal relation of the risk and the return. The ambiguity can play a role in the analysis of the asymmetric volatility because the uncertainty can be decomposed into the risk and the ambiguity. In this paper, the uninformed liquidity traders face the ambiguity about the distribution of asset payoffs and change their attitudes toward ambiguity vary depending on the state of the economy. In the bad state, the uninformed traders show ambiguity-averse, while they show ambiguity-neutral(Model I) or ambiguity-seeking(Model II) in the good state. Model I cannot generate the asymmetric volatility, but the attitude toward ambiguity of the uninformed causes the asymmetric volatility in model II. An asset with lower ambiguity has higher return volatility in the bad state than that in the good state. Furthermore, the more uninformed traders, the higher possibility of the asymmetric volatility. For the empirical analysis, I construct the measure for ambiguity by the Kolmogorov-Smirnov test and show this measure has negative relation with the asymmetric volatility. The risk factor constructed by this ambiguity measure has explanatory power over the return of the 25-Fama-French portfolios in the Korean stock market by Kolmogorov-Smirnov statistic, Kullback-Leibler divergence and Benford's law.

Keywords: Equity Premium Puzzle; Risk-free Rate Puzzle; Non-expected Utility function; Habit Formation Utility Function; Asymmetric Volatility; Asymmetric Information; Attitude on Ambiguity; Benford's Law.

Student Number: 2016-30157